

ESTUDIO EXPERIMENTAL DE ABRASION EN GUIJARROS

**TESIS PRESENTADA AL JURADO EXAMINADOR DE LA DIVISION DE CIENCIAS FISICAS
CON EL OBJETO DE OPTAR AL TITULO DE MASTER OF SCIENCE**

**DEPARTAMENTO DE GEOLOGIA Y PALEONTOLOGIA
CHICAGO UNIVERSITY**

**POR
ALBERTO SARMIENTO ALARCON**

NOTA: Esta tesis se publica con permiso previo del Decano del Departamento de Geología y Paleontología de la Universidad de Chicago. Chicago. Illinois, Estados Unidos de Norte América.

**SERVICIO GEOLOGICO NACIONAL
BOGOTA, 1961**

CONTENIDO:

INTRODUCCIÓN	175
RECUENTO HISTÓRICO DE LOS ESTUDIOS CON BARRILES ROTATORIOS . . .	177
APARATOS Y PLAN DE TRABAJO	182
DATOS EXPERIMENTALES	186
Observaciones generales	186
Primer experimento	187
Segundo experimento	189
Tercer experimento	199
Resumen	207
INTERRELACIONES	
Relación entre el tamaño y la rata de desgaste en el segundo experimento	212
Relación entre el tamaño y la Rata de redondez en el Segundo experimento	214
Relación entre el tamaño y el cambio de esfericidad en el segun- do experimento	214
Relación entre el tamaño y la rata de desgaste en el Tercer experimento	216
Relación entre el tamaño y la rata de redondez en el tercer experimento	218
Relación entre el tamaño y la rata de cambio de esfericidad en el tercer experimento	218
Resumen	220
DISCUSIÓN E INTERPRETACIÓN DE DATOS	221
Relaciones tamaño-redondez en depósitos naturales	221
Relación tamaño-esfericidad en el campo y en trabajos de la- boratorio	223
Resumen de la segunda parte	223
LA TEORÍA ANALÍTICA DE LA ABRASIÓN APLICADA AL PRESENTE EXPE- RIMENTO	225

LISTA DE CUADROS

Cuadro cuantitativo de los estudios de abrasión en barriles giratorios.	182
Cuadro	
1. Peso, redondez y esfericidad que se obtuvieron inicialmente.	185
2. Dimensión de cantidades	186
3. Valores experimentales obtenidos en fragmentos de caliza. Primer experimento, tamaño 32 mm	188
4. Datos calculados del tamaño, redondez y esfericidad en fragmentos de caliza. Primer experimento, tamaño 32 mm	189
5. Valores experimentales en fragmentos de caliza. Segundo experimento, tamaño 16 mm	194
6. Valores experimentales en fragmentos de caliza. Segundo experimento, tamaño 32 mm	195
7. Valores experimentales en fragmentos de caliza. Segundo experimento, tamaño 64 mm	195
8. Datos calculados del tamaño, redondez y esfericidad en fragmentos de caliza. Segundo experimento, tamaño 16 mm . . .	196
9. Datos calculados del tamaño, redondez y esfericidad en fragmentos de caliza. Segundo experimento, tamaño 32 mm . . .	196
10. Datos calculados del tamaño, redondez y esfericidad en fragmentos de caliza. Segundo experimento, tamaño 64 mm . . .	200
11. Valores experimentales en fragmentos de caliza. Tercer experimento, tamaño 16 mm	201
12. Valores experimentales en fragmentos de caliza. Tercer experimento, tamaño 32 mm	201
13. Valores experimentales en fragmentos de caliza. Tercer experimento, tamaño 64 mm	202
14. Datos calculados del tamaño, redondez y esfericidad en fragmentos de caliza. Tercer experimento, tamaño 16 mm	204
15. Datos calculados del tamaño, redondez y esfericidad en fragmentos de caliza. Tercer experimento, tamaño 32 mm	207
16. Datos calculados del tamaño, redondez y esfericidad en fragmentos de caliza. Tercer experimento, tamaño 64 mm	208
17. Valores obtenidos en las diferentes series de experimentos.	212
18. Valores experimentales y calculados del tamaño. Segundo experimento	213
19. Valores experimentales de la redondez. Segundo experimento	214
20. Valores experimentales de la esfericidad. Segundo experimento	215
21. Valores calculados y experimentales del tamaño. Tercer experimento	217
22. Valores experimentales de la redondez. Tercer experimento.	218
23. Valores experimentales de la esfericidad. Tercer experimento	219
24. Relación del tamaño con la rata de esfericidad en el experimento de Thiel	223

LISTA DE ILUSTRACIONES

Figura

1. Nomograma para determinar la esfericidad	184
2. Fragmentos de caliza en varios estados de abrasión. Segundo experimento, 16 mm	
3. Fragmentos de caliza en varios estados de abrasión. Segundo experimento, 32 mm	
4. Fragmentos de caliza en varios estados de abrasión. Segundo experimento, 64 mm	186
	a
	187
5. Tamaño, redondez y esfericidad de los fragmentos de caliza como funciones de la distancia durante la abrasión, en el primer experimento, tamaño 32 mm de diámetro	187
6. Prueba gráfica de la teoría de abrasión. Primer experimento	190
7. El tamaño, la redondez y la esfericidad de los fragmentos de caliza como funciones de la distancia durante la abrasión. Segundo experimento, tamaño 16 mm de diámetro	191
8. Prueba gráfica de la teoría de abrasión. Segundo experimento, 16 mm de diámetro	192
9. Tamaño, redondez y esfericidad de los fragmentos de Caliza como funciones de la distancia. Segundo experimento, tamaño 32 mm	193
10. Prueba gráfica de la teoría de abrasión. Segundo experimento, 32 mm de diámetro	197
11. Tamaño, redondez y esfericidad como funciones de la distancia durante la abrasión. Segundo experimento, tamaño 64 mm de diámetro	198
12. Prueba gráfica de la teoría de abrasión. Segundo experimento, 64 mm de diámetro	199
13. Tamaño, redondez y esfericidad de los fragmentos de caliza como funciones de la distancia durante la abrasión. Tercer experimento, 16 mm de diámetro	200
14. Prueba gráfica de la teoría de abrasión. Tercer experimento, 16 mm de diámetro	203
15. Tamaño, redondez y esfericidad de los fragmentos de caliza como funciones de la distancia durante la abrasión. Tercer experimento, tamaño 32 mm de diámetro	205
16. Prueba gráfica de la teoría de abrasión. Tercer experimento, 32 mm de diámetro	206
17. Tamaño, redondez y esfericidad de los fragmentos de caliza como funciones de la distancia durante la abrasión. Tercer experimento, tamaño 64 mm de diámetro	209
18. Prueba gráfica de la teoría de abrasión. Tercer experimento, 64 mm de diámetro	210
19. Muestra la relación entre el tamaño y la rata de desgaste, en el segundo experimento	213
20. Relación entre el tamaño y la rata de redondez en el segundo experimento	215
21. Muestra la relación entre el tamaño y la rata de cambio de esfericidad, en el segundo experimento	216

Figura

22. Relación entre el tamaño y la rata de desgaste en el tercer experimento	217
23. Relación entre el tamaño y la rata de redondez, en el tercer experimento	219
24. Relación entre el tamaño y la rata de esfericidad, en el tercer experimento	220
25. Relación tamaño-redondez después de 20 millas de recorrido en un barril giratorio. A. Relación en el segundo experimento. B. Relación en el tercer experimento	222
26. Relación entre distancia y esfericidad en el experimento de Thiel	224
27. Ilustra la relación entre tamaño y esfericidad. A. Segundo experimento. B. Tercer experimento	224

INTRODUCCION

La carga de las corrientes de agua está afectada por dos procesos muy distintos, a saber: a) abrasión y alteración debida a los agentes químicos durante el transporte, incluyendo ruptura o fragmentación de los guijarros en ruta, y b) acción separadora (sorting action) o transporte selectivo. Siendo casi imposible determinar por observación directa del material transportado por las corrientes de agua, cuál es la disminución en el tamaño debida a uno u otro de estos procesos, el investigador de sedimentos tiene que separar cada uno de ellos en el laboratorio, donde pueden ser estudiados independientemente por medio de experimentos.

Con este objeto se han usado barriles rotatorios para estudiar la abrasión. En este aparato la carga se somete al desgaste conservando su identidad durante el experimento.

Esta tesis se refiere a fragmentos de tamaño entre 4 y 64 mm de diámetro (pebble range), y es un intento para observar los efectos de abrasión en cuanto se refiera al tamaño, la esfericidad y la redondez.

Agradecimientos

El autor expresa su gratitud al Dr. F. J. Pettijohn, quien sugirió el problema, y cuyos consejos y críticas a todo lo largo del trabajo fueron indispensables. La invaluable cooperación prestada por Mr. William Schmidt en las fases mecánica y fotográfica también es apreciada debidamente.

RECUESTO HISTORICO DE LOS ESTUDIOS CON BARRILES ROTATORIOS

DAUBREE¹, al investigar cómo se forman los cantos rodados (guijarrros), la arena y el limo, aplicó por primera vez los barriles rotatorios a los problemas geológicos. Su aparato consistió de un eje con dos cilindros horizontales, unidos por un marco al eje, a 180 grados uno de otro. La velocidad del eje era variable, pero la mayoría de los experimentos fueron hechos con una velocidad de rotación de 1 metro por segundo, o sea, cerca de dos millas por hora. Algunos de los principios descubiertos por medio de este experimento son:

1. Fragmentos angulares de roca se transforman en cantos rodados, arena y limo.
2. Aun los fragmentos angulares más duros de diferentes rocas, tales como el granito y el cuarzo, de tamaño de una nuez o de un puño de la mano, se redondean rápidamente. Después de 25 kilómetros (15.50 millas) sus ángulos se encuentran perfectamente redondeados.
3. La rata de desgaste es más rápida para los más angulosos que para los inicialmente redondeados.
4. El transporte selectivo basado en la densidad es la causa del cambio de tamaño a lo largo de ciertas corrientes naturales.
5. La rata de desgaste es mayor para los fragmentos grandes que para los pequeños.
6. La rata de desgaste es mayor para los minerales menos resistentes que para los más resistentes, por ejemplo, cuarzo y feldespatos.
7. El desgaste por abrasión es diferente del desgaste por fragmentación.
8. La rata de desgaste es una función de la intensidad del proceso.
9. El producto de la abrasión es en su mayoría lodo o limo.

Posteriormente C. K. WENTWORTH² estudió el fenómeno de abrasión valiéndose del aparato siguiente: un barril metálico forrado interiormente con madera blanda; más tarde WENTWORTH usó dos barriles metálicos de 25 pulgadas de diámetro interior, 13 pulgadas de largo y forrados también por dentro con madera blanda. Los barriles estaban situados en los extremos de un eje, el cual los soportaba y propulsaba a razón de 27 revoluciones por minuto.

Sus conclusiones son:

1. El desgaste es mayor a medida que los fragmentos disminuyen en tamaño.

2. Las diferentes clases de rocas tienen diferente tasa de desgaste de acuerdo con su resistencia.

3. La tasa de desgaste es proporcional hasta cierto punto, al número de guijarros.

4. Los guijarros de mayor tamaño se redondean mejor que los pequeños.

5. La redondez puede ser una función del tamaño, así como de la dureza.

Aún más tarde (1926) G. E. ANDERSON³ experimentó con barriles rotatorios y en partículas de arena, llegando a la conclusión que la abrasión es mayor en arena con agua que en arena seca.

Algunas de sus conclusiones, de particular interés, son:

1. El redondeamiento de partículas por desgaste mecánico es un proceso excesivamente demorado.

2. La abrasión es mayor en las partículas con agua que en las secas.

3. Partículas de arena que tienen forma aproximadamente esférica pueden indicar varios procesos y por ello ser considerablemente antiguas.

4. Si el redondeamiento tiene lugar cuando las partículas son transportadas por la corriente, serán destruidas fácilmente por la acción de la fricción (grinding) y fragmentación ejercida por los materiales más gruesos. De aquí que resulten partículas angulosas.

P. MARSHALL⁴ publicó una serie de escritos sobre este tema en el lapso comprendido entre 1927 y 1929. Estudió algunas gravas de las playas, muy uniformes por su naturaleza y composición.

MARSHALL, para hacer su experimento, usó una máquina Deval, con una rotación promedio de 38 revoluciones por minuto, agregando agua a cada carga. El movimiento era aproximadamente de una milla por hora. Los cilindros en la máquina Deval estaban inclinados 30° del eje horizontal, y en cada revolución las partículas se deslizaban varias pulgadas a lo largo de los cilindros.

Pudo constatar que la reducción del tamaño de la grava bajo las condiciones de movimiento empleadas se debe a las tres acciones siguientes: "Abrasión", "Impacto" y "Fricción (Grinding)".

La definición de estas palabras según MARSHALL es la siguiente:

Abrasión, es únicamente el efecto pulidor que ejerce un guijarro contra otro.

Impacto, es el efecto de los golpes de partículas relativamente grandes sobre otras relativamente pequeñas.

Fricción, es el trituramiento que sufren los granos pequeños por el contacto y presión continuos ejercidos con guijarros de tamaño relativamente grande.

De acuerdo con MARSHALL, la abrasión es la más lenta de estas acciones; el impacto es más rápido que la abrasión, teniendo en cuenta que esto ocurre solamente cuando el guijarro que golpea tiene un diámetro al menos diez veces mayor que el de la partícula golpeada. La fricción es la acción más rápida bajo las condiciones del experimento.

Por el año de 1931, ARTHUR B. COZZENS⁵ buscó una respuesta para el problema de relación de dureza de los minerales y la rata de desgaste por abrasión; el efecto de desgaste por abrasión en minerales mixtos de diferente dureza, y los fenómenos que ocurrían, ya de abrasión, impacto o fricción.

El experimento fue hecho de la siguiente manera: reunió minerales de diferente dureza, según la escala de Mohs, de 2 a 9. Mezcló calcita, fluorita y "chert" respectivamente, y sometió tres mezclas a rotación en un barril durante tiempo equivalente al que se necesitaría para mover los especímenes: 24,30 y 32,62 kilómetros, en un lapso no mencionado en su artículo, produciendo fragmentos de calcita que variaron de 8 a 16 milímetros de diámetro, un fragmento de fluorita con clivaje de 8 a 16 milímetros de diámetro, y una mezcla de guijarros subangulosos de "chert" de 8 a 16 milímetros respectivamente.

Sus resultados fueron:

a) El desgaste de los minerales de dureza inferior a la del cuarzo tiene lugar principalmente por abrasión; mientras que el desgaste de aquéllos de dureza superior a la del cuarzo es afectado por el impacto.

b) Las propiedades físicas, tales como la elasticidad, estructura cristalina y otras similares, afectan el desgaste por impacto a una rata insuficientemente conocida hasta el presente para permitir una apreciación de tales ratas.

c) La dureza de las partículas de la mezcla sujeta a la abrasión, de acuerdo con la escala de Mohs, es un factor mucho menos importante en las ratas de desgaste por abrasión, que la dureza, según el mismo, de las partículas que están sometidas al experimento.

El aparato usado fue el mismo empleado por WENTWORTH en sus experimentos.

Recientemente, A SCHOKLITSCH⁶ hizo un estudio comparativo de la abrasión artificial de guijarros en experimentos de laboratorio por desgaste en un barril rotatorio, con el desgaste natural a lo largo de las corrientes de agua. Su trabajo confirmó la ley de Sternberg sobre la reducción de tamaño.

Usó un barril giratorio de 0.7 metros de diámetro con rotación por medio de un eje central. Las observaciones fueron hechas con un solo guijarro, pero durante el desgaste, el guijarro hacía parte de un conjunto general de guijarros que formaban la carga del barril.

Como complemento de la ley de Sternberg, su trabajo nos dio los siguientes principios bien establecidos:

1. La abrasión de una partícula está controlada en parte por la distribución de tamaño del material con el cual está asociada.

2. El desgaste por impacto es más rápido que el desgaste por abrasión, llegando en algunos casos hasta más de diez veces.

GEORGE A. THIEL⁷ experimentó con un barril rotatorio la resistencia a la abrasión de los granos minerales. Su experimento fue hecho con granos partidos de minerales de cuarzo, microclina, apatita, hornblenda, granate y turmalina, y separados por tamaños. Los fragmentos minerales fueron escogidos de tal manera que pasaran por un cedazo y fueran retenidos por otro, usando cedazos de 16 y 32 mallas.

El experimento se prolongó durante 100 días, pero al final del cuatragésimo, sexogésimo y centésimo días de continuo movimiento, los fragmentos y los residuos fueron lavados, secados y cernidos para ser examinados y medidos. Al final del centésimo día el efecto debía ser equivalente a unas 5.000 millas de recorrido, aproximadamente.

Se llegó a las siguientes conclusiones:

a) El tamaño (peso) cambia de acuerdo con la dureza. Los minerales menos resistentes se desgastan más pronto que los más resistentes.

b) El filo de las esquinas y aristas se redujo notablemente en todos los granos excepto en el cuarzo. Esta conclusión se refiere de una manera especial a la redondez, y significa que ella aumentó en todas las partículas excepto en las de cuarzo.

c) La esfericidad se aumenta por la abrasión. Esto se puede deducir del cuadro de esfericidad que incluye el profesor Thiel en su artículo.

d) La rata de cambio de la esfericidad es directamente proporcional al tamaño.

El aparato usado constaba de un barril giratorio, de acero, con una división en la mitad que formaba dos compartimientos iguales, de tal manera que las dos cargas pudieran ser examinadas al mismo tiempo sin que se contaminaran mutuamente. El barril giraba con una velocidad de 25 revoluciones por minuto, que corresponde a un movimiento aproximado de 1.8 millas por hora.

Recientemente, W. C. KRUMBEIN⁸, estudiando las relaciones entre tamaño, forma y redondez durante el proceso de abrasión, utilizó un grupo seleccionado de fragmentos de caliza que obtuvo de una cantera comercial.

Los fragmentos fueron medidos por medio de cribas, siendo escogidos aquellos que tenían un diámetro comprendido entre 45 y 54 milímetros de diámetro. La esfericidad inicial de los fragmentos era en promedio de 0.65; el de redondez de 0.13, y la media aritmética del peso de los guijarros era de 155 gm. Se efectuó el experimento, con intervalos variables hasta llegar a un total de 20 horas. De los catorce resultados diferentes obtenidos, después de veinte horas de movimiento continuo, se dedujo que el valor medio de la redondez era de 0.64; el de la esfericidad, 0.77, y que el peso promedio de los guijarros era de 60 gm.

Con base en los datos anteriores, pudo dibujar curvas de tamaño, redondez y esfericidad.

La curva de tamaño muestra una pendiente que disminuye continuamente a medida que aumenta la distancia. La curva de redondez se levanta rápidamente, pero tiende a volverse horizontal después de las primeras 4 millas. La curva de esfericidad muestra un cambio muy pequeño, levantándose desde un valor inicial de 0.65 a 0.77 después de 20 millas. La curva

se levanta más rápidamente, pero con moderación, durante el comienzo del experimento.

El experimentador concluye que: a) el tamaño disminuirá continuamente hasta que las partículas por desgaste desaparezcan; b) aunque la redondez y la esfericidad aumentan continuamente, hay una sugestión muy fuerte de que ellas tienden a valores-límites que pueden depender de los valores-iniciales.

Por medio de los "valores medios" ¹ encontró los siguientes "coeficientes" ²:

Coeficiente de tamaño $k_1 = 0.071$

Coeficiente de redondez $k_2 = 2.5$

Coeficiente de cambio de forma $k_3 = 0.25$

Expresando estos coeficientes en forma de relaciones, por comparación encontró que:

$k_2/k_1 = 2.5/0.071 = 35$. Esto significa que el cambio de redondez aumenta 35 veces más rápidamente que el decrecimiento de tamaño.

$k_3/k_1 = 0.25/0.071 = 3.5$. Esto significa que el cambio de esfericidad se efectúa 3.5 veces más rápidamente que el cambio de reducción de tamaño.

$k_2/k_3 = 2.5/0.25 = 10$. Esto significa que la redondez aumenta 10 veces más rápidamente que el cambio de esfericidad.

De la comparación de estas relaciones concluyó:

a) Un aumento apreciable de la redondez puede ocurrir con una disminución esencialmente despreciable en tamaño, pero después de cierto punto las relaciones aparentes entre tamaño y redondez cambian considerablemente.

b) Después de estudiar el experimento de WENTWORTH sobre redondez, comparando el cambio de forma con reducción de tamaño, encontró que la relación hallada por aquél concordaba con su experimento.

Por último, con base en los datos recogidos en su propio experimento, pudo formular una "Teoría Analítica de Abrasión", estableciendo las relaciones entre tamaño, forma y redondez durante la abrasión.

El autor presenta en la tabla siguiente un resumen de los resultados obtenidos en trabajos ejecutados con barriles giratorios, y los cuales pudo constatar.

¹ Valor medio, es el valor inicial más la semidiferencia entre los valores primero y último.

² Coeficientes son los recíprocos de las distancias medias.

CUADRO CUANTITATIVO DE LOS ESTUDIOS DE ABRASION EN BARRILES GIRATORIOS

Investigador	Fecha	Tamaño	Re- donde	Esferi- cidad	NOTAS
Daubree	1879	x			Trabajo experimental con fragmentos. Sus observaciones fueron hechas únicamente por apreciación visual.
Wentworth . . .	1919	x	x		Estudio de laboratorio. Fue el primero que usó propiedades geométricas; experimentó con fragmentos en forma de cubos.
Wentworth . . .	1922	x	x		Trabajo de campo y laboratorio con guijarros de río.
Anderson	1926	x			Trabajos de laboratorio con partículas de arena.
Marshall	1929	x			Trabajo de laboratorio con gravas y partículas de arena.
Wentworth . . .	1931	x	x		Trabajo de campo sobre fragmentos de hulla, comparados con trabajos de laboratorio.
Cozzens	1931	x			Trabajo experimental especialmente con respecto a la rata de desgaste, de acuerdo con la dureza.
Schoklistsch . .	1931	x			Trabajos de laboratorio y de campo con gravas de tamaño fino.
Thiel	1940	x		x	Trabajo experimental con grados de minerales.
Krumbein	1941	x	x	x	Trabajo experimental con fragmentos de caliza.

APARATOS Y PLAN DE TRABAJO

Aparatos

El aparato usado en los experimentos del autor consistió en un barril metálico del tipo de aquellos en los cuales se empaca aceite para motores (caneca) de 18 pulgadas de diámetro y 21 pulgadas de largo. El interior de este barril fue recubierto con madera y tenía una apertura circular en cada extremo, ofreciendo así acceso al interior durante las diferentes ope-

raciones. El diámetro interior del barril era de 16 pulgadas, y la parte exterior tenía dos pestañas o rebordes, usados como guías y para recibir el movimiento. Este barril se montó en dos ejes horizontales, con ruedas de pestaña que coincidían exactamente con los rebordes del barril. Uno de los ejes transmitía movimiento al barril y el otro se usaba únicamente para soporte y guía. El movimiento era transmitido con un eje secundario de cambio de marcha, cuya velocidad se regulaba por medio de poleas de pasos. Las poleas se conectaron entre sí por medio de bandas de caucho en forma de V.

Con el objeto de generar la fuerza mecánica, primero se usó un motor de $\frac{1}{4}$ H. P., 110 A. C., operado a 1.750 r. p. m.; después se usó un motor de corriente trifásica, de $\frac{1}{2}$ H. P. y 1.140 r. p. m.

La velocidad de estos motores fue regulada por medio de las poleas de pasos, de tal manera que el barril siempre operaba a 21 r. p. m. Esta velocidad fue usada durante todo el tiempo del experimento y corresponde a un movimiento de una milla por hora, aproximadamente.

Las cargas hasta de 8 kg, incluyendo varios litros de agua y alguna arena, se pudieron tratar fácilmente en este barril con el motor de $\frac{1}{4}$ H. P.; pero las cargas de 10 kg sólo se pudieron mover con el mismo barril, y el motor de $\frac{1}{2}$ H. P.

Proceso experimental

Con algunas variaciones, pero siguiendo el mismo método, este estudio fue planeado de la misma manera que el trabajo ejecutado por KRUMBEIN. Las cargas de fragmentos usadas en los experimentos, estaban formadas por pedazos de roca caliza obtenidos en una cantera comercial, que aseguraron una alta angularidad.

Para investigar las relaciones mutuas entre tamaño, forma y redondez, se sometió una carga de fragmentos de caliza a la abrasión por intervalos variables de tiempo; después de cada intervalo se tomaron medidas de tamaño, esfericidad y redondez de cada una de las partículas.

Como el método de Wadell para determinar la esfericidad de cada guijarro demanda mucho tiempo, se decidió usar el método de las intersecciones de KRUMBEIN⁹, que reduce el tiempo apreciablemente a pequeña parte del que se necesitaría por el método normal, y, sin embargo, los valores promediados concuerdan con pocas centésimas de diferencia.

Para medir los diámetros de los guijarros se usó un calibrador; calculando relaciones de los diámetros de 2 en 2, y por medio del nomograma donde se interceptan los valores calculados (b/a y c/b) se lee el valor de la esfericidad hasta el segundo decimal. La figura 1 muestra el nomograma usado para computar la esfericidad.

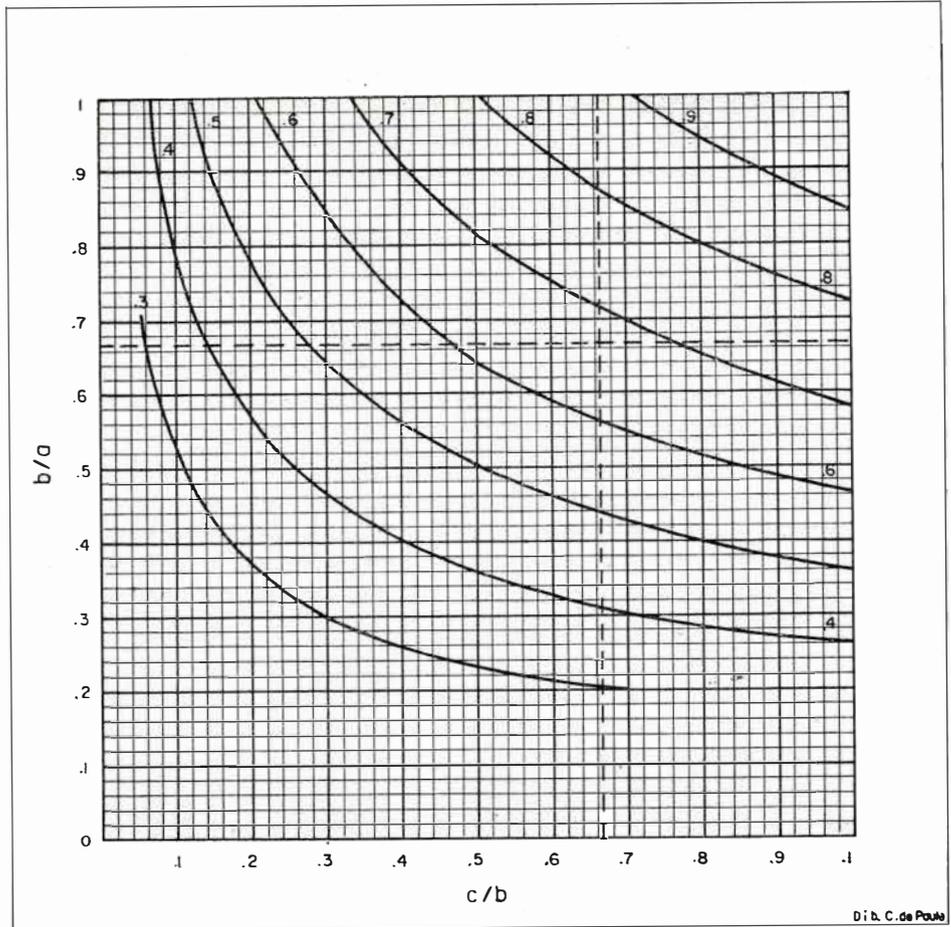


Fig. 1. — Nomograma para determinar la esfericidad.

Para medir la redondez se usó el método visual de KRUMBEIN, que consiste en comparar los guijarros con imágenes de redondez conocida, asignándole un valor a cada una de ellas. La Lámina I muestra las imágenes normales usadas para asignar el valor de redondez. El experimento fue planeado en tres partes diferentes, a saber:

1. Experimento con guijarros de caliza 32 mm de diámetro, libres de partículas de arena.
2. Experimento con guijarros de 16 mm 32 mm y 64 mm de diámetro (cada uno por separado pero con arena).
3. Experimento con guijarros de 16 mm 32 mm y 64 mm de diámetro, reunidos y con arena.

El tamaño de los fragmentos fue seleccionado de acuerdo con el siguiente criterio: Los fragmentos de 16 mm de diámetro deben pasar a través de un cedazo de 19 mm de abertura, pero no a través de uno de 16 mm; los de 32 mm de diámetro deben pasar a través de un cedazo de 38 mm de abertura, pero no a través de uno de 32 mm; los de 64 mm de

diámetro deben pasar a través de un cedazo de 76 mm, pero no a través de uno de 64 mm de abertura.

La carga usada consistió en grupos de 27 fragmentos de caliza de 16 mm de diámetro, la misma cantidad para el diámetro de 32 mm, y solamente un grupo de 9 para el de 64 mm.

El peso promedio inicial, redondez y esfericidad obtenidos se expresan a continuación en el Cuadro 1.

CUADRO 1

PESO, REDONDEZ Y ESFERICIDAD QUE SE OBTUVIERON INICIALMENTE

Experimento	Diámetro en mm	PROMEDIO INICIAL		
		Peso en gramos	Esfericidad	Redondez
Primer experimento	32	37.60	0.75	0.17
	16	6.02	0.69	0.17
Segundo experimento	32	40.77	0.75	0.21
	64	411.83	0.79	0.13
Tercer experimento	16	5.50	0.69	0.15
	32	40.84	0.728	0.18
	64	385.80	0.76	0.15

Las fotografías de las figuras 2, 3 y 4, para los tres grupos de guijarros, muestran la apariencia original de los fragmentos sometidos al experimento y su aspecto en diferentes grados de abrasión.

Para cada experimento los fragmentos fueron colocados en el barril giratorio con agua suficiente para conservarlos sumergidos durante la operación; en el segundo y tercer experimento se usó también arena, poniendo el barril en movimiento por 10 minutos. Luego se sacaron los fragmentos y se procedió a lavarlos y secarlos para repetir todas las medidas. Así se continuó el experimento por intervalos de tiempo variables. Cada uno de ellos se prolongó por espacio de 20 horas, a excepción del segundo, el de 32 mm, que se prolongó hasta 40 horas.

Después de cada intervalo del experimento, el material fino que resultaba como producto de la abrasión se colectaba y examinaba cuidadosamente. De estas observaciones se dedujo que siempre se producía lodo. Cuando se experimentó separadamente con los tamaños pequeños, tales como 16 mm y 32 mm de diámetro, se encontraron fragmentos pequeños ("chips") de caliza, principalmente en las fases iniciales. En el último experimento, cuando todos los guijarros de diferente tamaño quedaron reunidos se observó que después de haber transcurrido la mayor parte de las fases del experimento, se encontraban fragmentos de caliza provenientes especialmente de los tamaños más pequeños. Cuando ocurría alguna ruptura, de tal manera que el fragmento desprendido del guijarro fuera relativamente grande en comparación con el tamaño del guijarro del cual provenía, se eliminaba del conjunto y no se tenía en cuenta para los cálculos de peso, redondez y esfericidad, con el objeto de eliminar el efecto de ruptura por impacto.

DATOS EXPERIMENTALES

Observaciones generales

Las figuras 2 a 4 muestran la historia de una carga después de ser transportada a varias distancias. El tamaño relativo de los fragmentos aparece correcto, puesto que tiene la misma escala.

Los cuadros 2, 4, 5, 6, 10, 11 y 12 presentan los datos obtenidos en los tres experimentos suplementarios.

El fragmento de peso medio aritmético fue calculado sumando el peso de cada uno de los que intervinieron en el experimento y dividiendo la suma total por el número de ellos.

El fragmento cuya redondez fuese la media aritmética se obtuvo, estimando la redondez de cada fragmento por el método visual, sumando estas redondeces parciales y luego dividiendo por el número de fragmentos estudiados.

La esfericidad de cada fragmento se midió por el método de las intersecciones, calculándose la media aritmética.

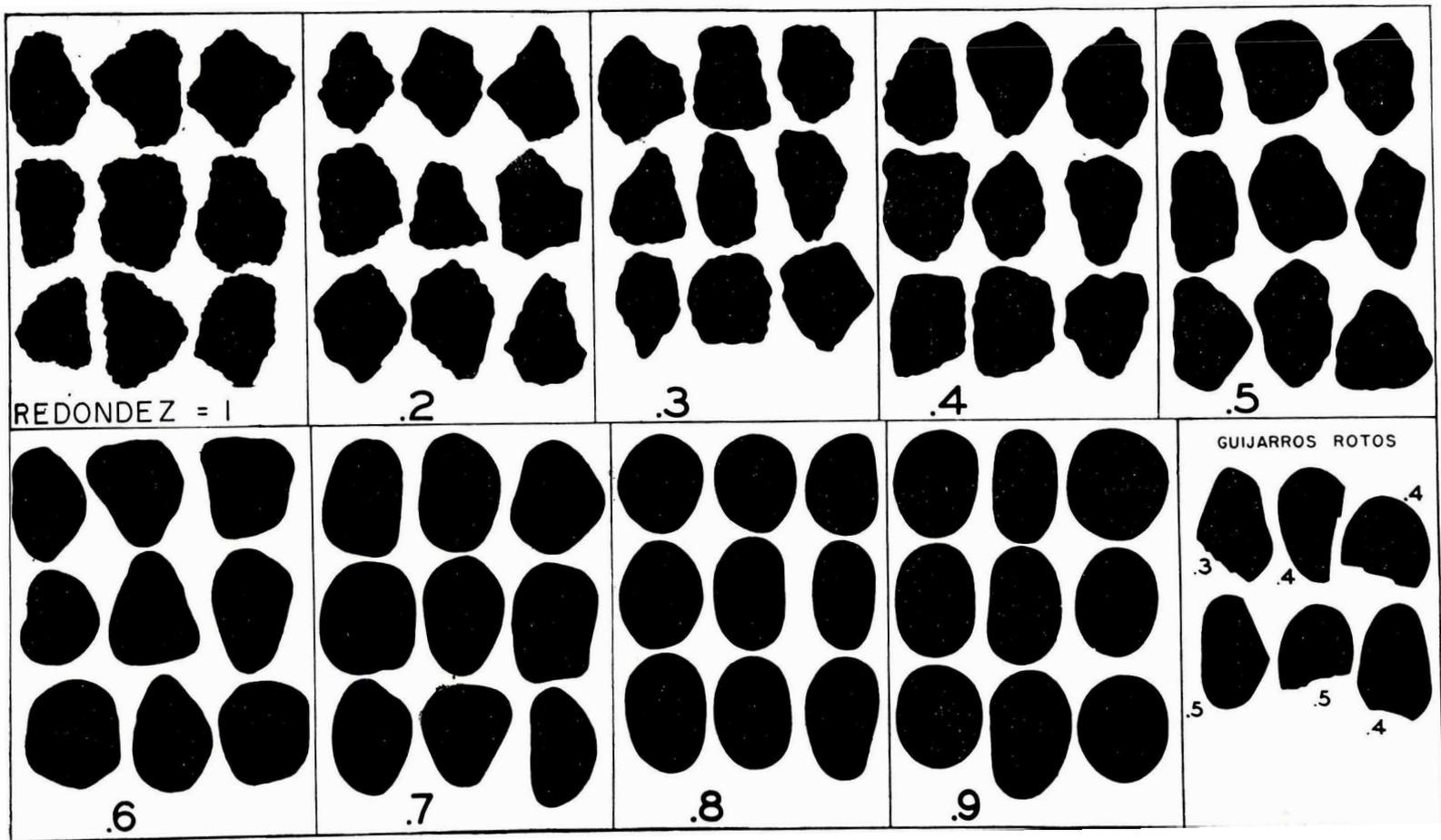
Los cuadros 3, 7, 8, 9, 13, 14 y 15 contienen los datos obtenidos en los tres experimentos suplementarios, sobre la transformación observada de tamaño, redondez y esfericidad.

Se incluye el cuadro 2 para mostrar las dimensiones de cada una de las variables y perímetros en los análisis:

CUADRO 2

DIMENSION DE CANTIDADES

Cantidades	DEFINICION	Dimensiones medibles con respecto a la distancia, una variable independiente
r	Tamaño obtenido expresado en milímetros, masa, etc.	Longitud (masa, etc)
r_0	Tamaño inicial	Longitud (masa, etc)
r/r_0	Relación de tamaño con el inicial	Sin dimensiones
P	Redondez (visual)	Sin dimensiones
P_i	Redondez inicial	Sin dimensiones
P_\bullet	Redondez límite	Sin dimensiones
ψ	Esfericidad (método intersecciones)	Sin dimensiones
ψ_i	Esfericidad inicial	Sin dimensiones
ψ_0	Esfericidad límite	Sin dimensiones



SILUETAS DE GUIJARROS PARA COMPARACION VISUAL DE REDONDEZ

PLANCHA I - CARTA DE REDONDEZ

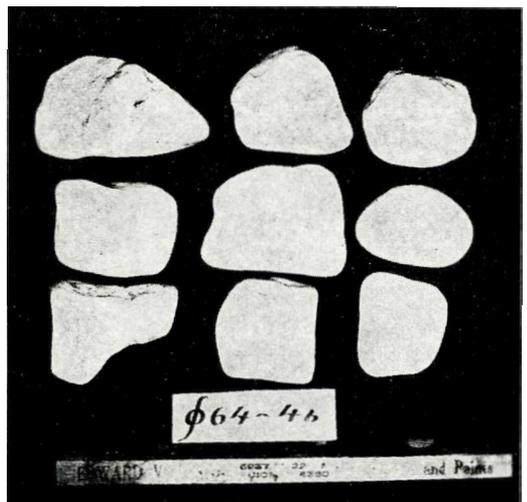
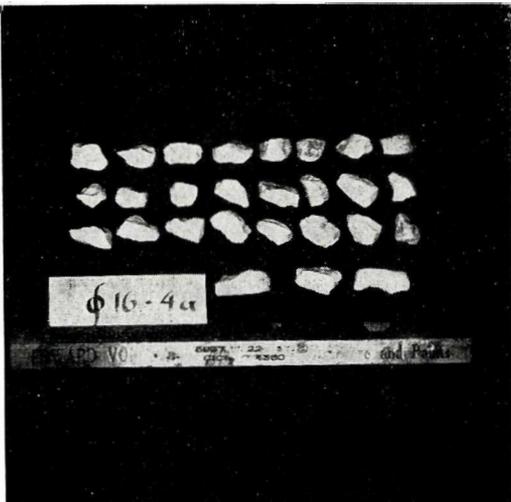
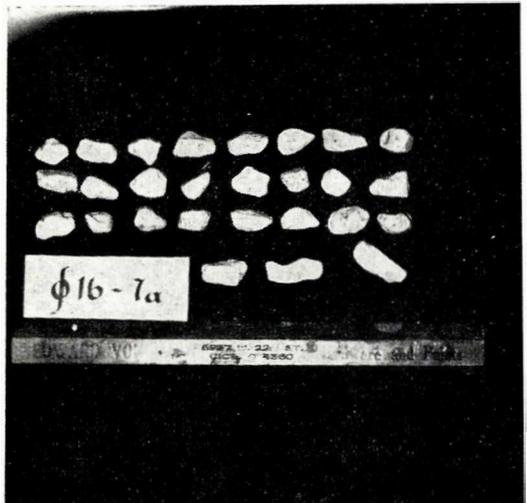
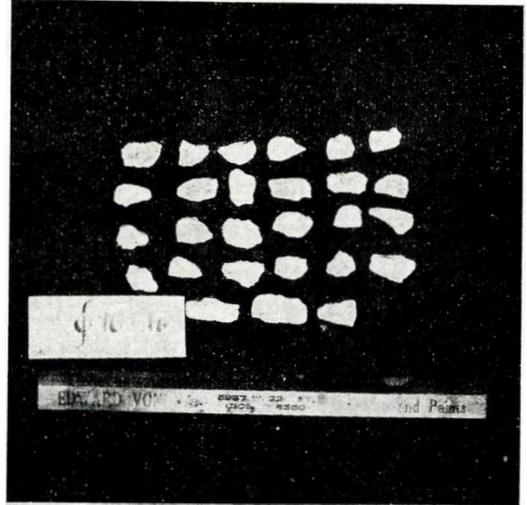


Fig. 2.— Fragmentos de caliza en varios estados de abrasión.
Segundo experimento, 16 mm de diámetro.

Extremo izquierdo superior: Fragmentos originales; *extremo derecho superior:* 0.5 de milla.

Centro, extremo izquierdo: 1 milla; *centro, extremo derecho:* 5 millas.

Extremo izquierdo inferior: 9 millas; *extremo derecho inferior:* 20 millas.

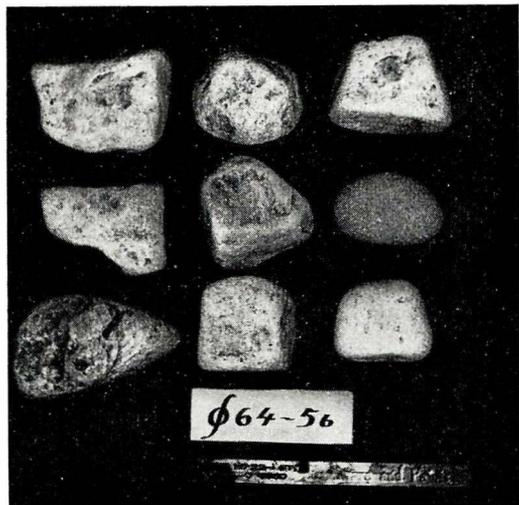
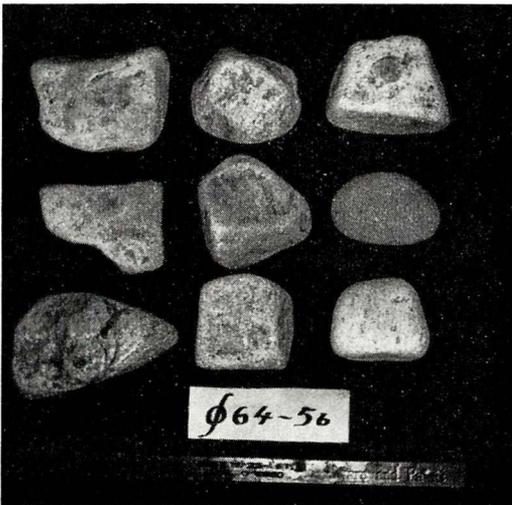
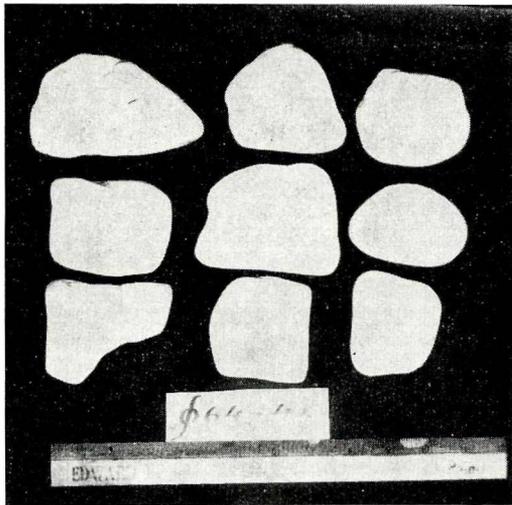
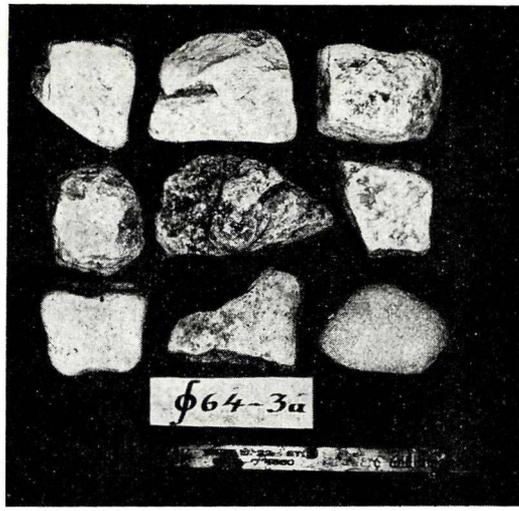
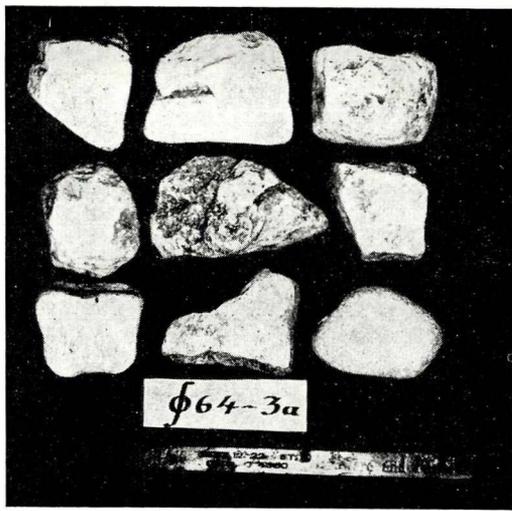


Fig. 3. — Fragmentos de caliza en varios estados de abrasión.
Segundo experimento, 32 mm de diámetro.

Extremo izquierdo superior: Fragmentos originales; *extremo derecho superior:* 0.5 de milla.

Centro, extremo izquierdo: 1 milla; *centro, extremo derecho:* 5 millas.

Extremo izquierdo inferior: 9 millas; *extremo derecho inferior:* 20 millas.

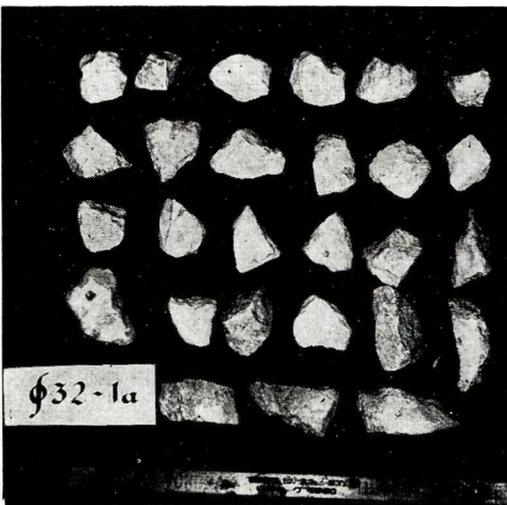
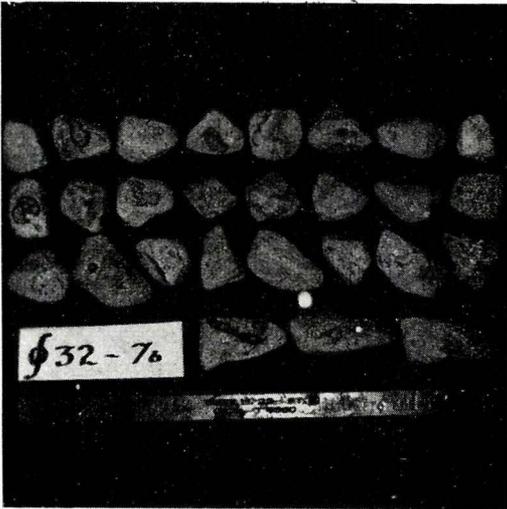
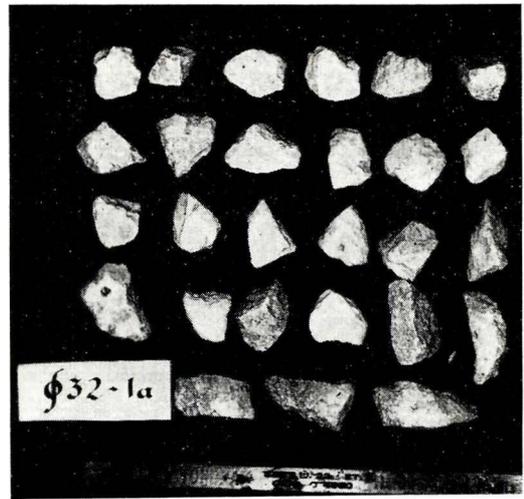
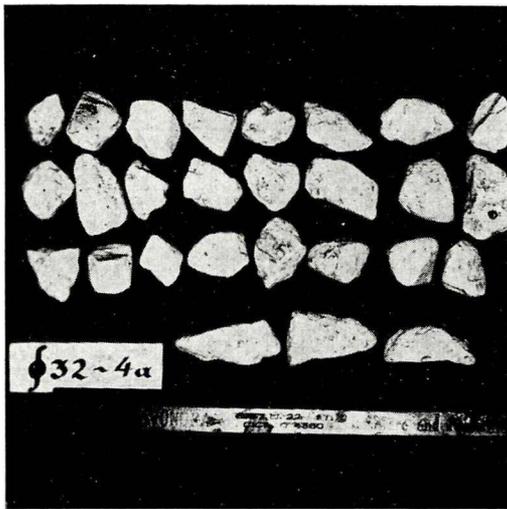


Fig. 4. — Fragmentos de caliza en varios estados de abrasión.
Segundo experimento, 64 mm de diámetro.

Extremo izquierdo superior: Fragmentos originales; *extremo derecho superior:* 0.5 de milla

Centro, extremo izquierdo: 1 milla; *centro, extremo derecho:* 5 millas.

Extremo izquierdo inferior: 9 millas; *extremo derecho inferior:* 20 millas.

Datos observados

Primer experimento. Los resultados obtenidos en este experimento se muestran en el cuadro 3 y gráficamente en la figura 5. La figura 5 muestra que la curva del tamaño medio aritmético pasa rápidamente de un valor alto a uno más bajo y luego la curva indica una pendiente continua de decrecimiento a medida que la distancia aumenta. La curva de redondez se levanta muy rápidamente de su valor inicial hasta un punto en el cual la distancia es aproximadamente de 4 millas. Después de este punto la curva se hace marcadamente horizontal, y hacia el final del experimento la rata de aumento es muy pequeña.

La curva de esfericidad muestra un rápido pero corto aumento al principio, desde su valor inicial hasta haber recorrido casi una milla; después la curva se hace casi horizontal y crece constantemente aunque el crecimiento total es pequeño.

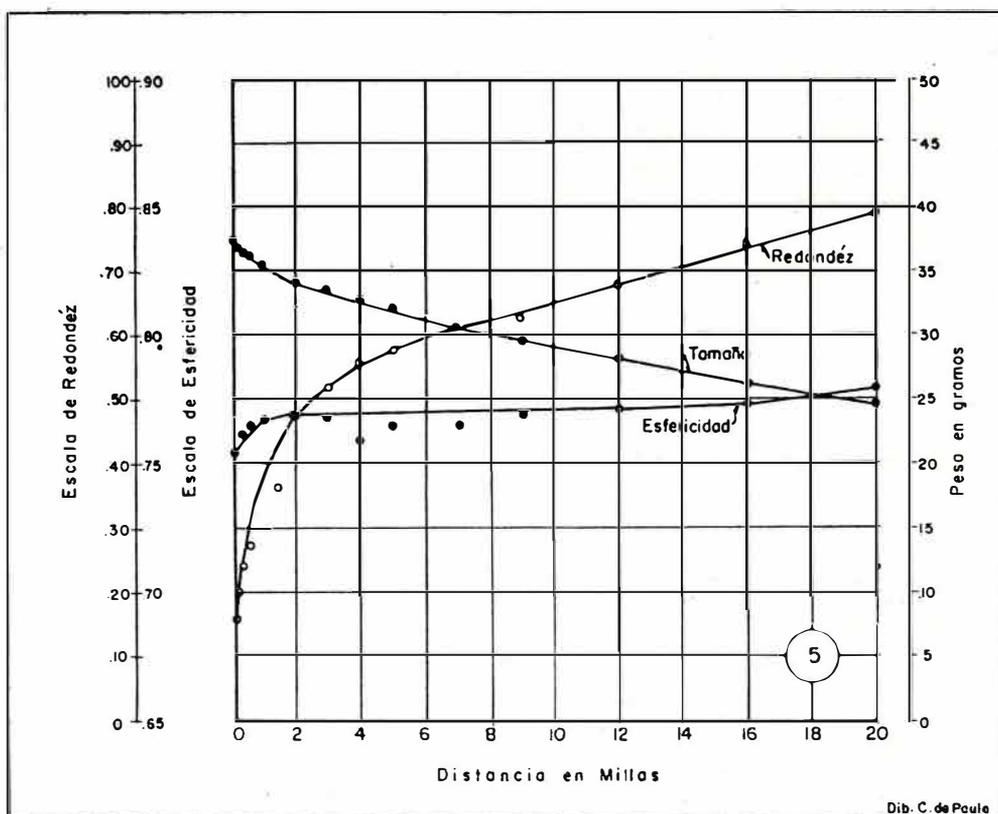


Fig. 5. — Tamaño (peso), redondez y esfericidad de los fragmentos de caliza como funciones de la distancia durante la abrasión, en el primer experimento tamaño 32 mm de diámetro.

KRUMBEIN *, en un estudio anterior nos dio algunos principios sobre curvas exponenciales. Uno de estos principios es el siguiente:

“Si la relación es exponencial, el valor promedio del tamaño, redondez o esfericidad debe aumentar o disminuir en progresión geométrica y proporcionalmente al aumento aritmético de la distancia. El hecho de que una curva aumente o disminuya rápidamente, al comienzo, y después más lentamente, sugiere una relación geométrica pero sería mejor comprobar esto de una manera más exacta que por la simple apreciación visual. Uno de los métodos más simples es llevar sobre un plano de coordenadas los logaritmos de x y y . Si el gráfico que resulta es una línea recta, la relación es cierta”.

De acuerdo con el principio anterior, KRUMBEIN decidió expresar las relaciones r/r_0 para el tamaño, P_0-P/P_0-P para la redondez y relaciones r/r_0 para el tamaño, P_0-P/P_0-P_i para la redondez y $\psi_0-\psi/\psi_0-\psi_i$ para la esfericidad.

Se colocan estos valores en el eje de las abscisas a una escala logarítmica, y la distancia en el eje de las ordenadas a escala aritmética, y si la teoría es exacta o correcta, los datos experimentales transformados deben dar líneas rectas.

La figura 6 muestra los resultados basados en el cuadro 3. Al compilar los datos del cuadro, 37.6 se escogió como r_0 . La redondez inicial, P_i , se tomó 0.17 del cuadro 3, y la redondez límite, P_0 , se tomó como 0.80, que es tan sólo 0.01 más grande que el valor final observado de la redondez. De la misma manera ψ_i se escogió como 0.75, correspondiente a la esfericidad inicial, y ψ_0 se tomó como 0.79, que es tan sólo 0.01 más grande que el mayor valor observado de la esfericidad.

CUADRO 3

VALORES EXPERIMENTALES OBTENIDOS CON FRAGMENTOS DE CALIZA

Primer experimento. Tamaño: 32 mm

Tiempo en minutos	Distancia en millas	Media aritmética del peso en gramos	Media aritmética de la redondez	Media aritmética de la esfericidad
0	0.00	37.6	0.17	0.75
10	0.17	36.8	0.20	0.76
20	0.33	36.5	0.24	0.76
30	0.50	36.0	0.27	0.77
60	1.00	35.6	0.41	0.77
120	2.00	34.0	0.48	0.78
180	3.00	33.8	0.52	0.77
240	4.00	32.9	0.56	0.76
300	5.00	32.2	0.58	0.77
420	7.00	30.9	0.62	0.77
540	9.00	29.9	0.63	0.77
720	12.00	28.2	0.68	0.77
960	16.00	26.3	0.75	0.77
1200	20.00	24.9	0.79	0.79

CUADRO 4

DATOS CALCULADOS DEL TAMAÑO, REDONDEZ Y ESFERICIDAD
EN FRAGMENTOS DE CALIZA

Primer experimento. — Tamaño: 32 mm

Distancia en millas	Tamaño (peso en gramos)	Redondez			Esfericidad		
		P	$P_0 - P$	$\frac{P_0 - P}{P_0 - P_1}$	ψ	$\psi_0 - \psi$	$\frac{\psi_0 - \psi}{\psi_0 - \psi_1}$
S	r/r_0						
0.00	1.00	0.17	0.63	1.00	0.75	0.04	1.00
0.17	0.98	0.20	0.60	0.95	0.75	0.04	1.00
0.33	0.97	0.24	0.56	0.89	0.76	0.03	0.75
0.50	0.96	0.27	0.53	0.84	0.76	0.03	0.75
1.00	0.95	0.41	0.39	0.62	0.76	0.03	0.75
2.00	0.90	0.48	0.32	0.51	0.77	0.02	0.50
3.00	0.89	0.52	0.28	0.44	0.77	0.02	0.50
4.00	0.87	0.56	0.24	0.38	0.76	0.03	0.75
5.00	0.86	0.58	0.22	0.35	0.76	0.03	0.75
7.00	0.82	0.62	0.18	0.28	0.76	0.03	0.75
9.00	0.79	0.63	0.17	0.27	0.77	0.03	0.75
12.00	0.75	0.68	0.12	0.19	0.77	0.02	0.50
16.00	0.70	0.75	0.05	0.075	0.77	0.02	0.50
20.00	0.66	0.79	0.01	0.015	0.78	0.01	0.25

Fácilmente se observa que los puntos marcados en la figura 6 no coinciden con la línea recta en toda su extensión. El tamaño y la redondez muestran al comienzo una separación inicial de la línea recta, pero el tamaño, después de la primera milla, coincide con la teoría; la redondez muestra una marcada separación en las primeras tres millas, pero luego se le puede considerar como una línea recta. La esfericidad no da de ninguna manera una recta, sino una línea en forma de zig-zag. Se debe anotar que el cambio de orientación de la esfericidad es muy pequeño e irregular y quizás ligeramente mayor que el error experimental de medida.

Segundo experimento. Los cuadros siguientes indican los resultados obtenidos en este experimento: cuadro 5, guijarros de 16 mm de diámetro; cuadro 6, guijarros de 32 mm de diámetro, y cuadro 7, guijarros de 64 mm de diámetro.

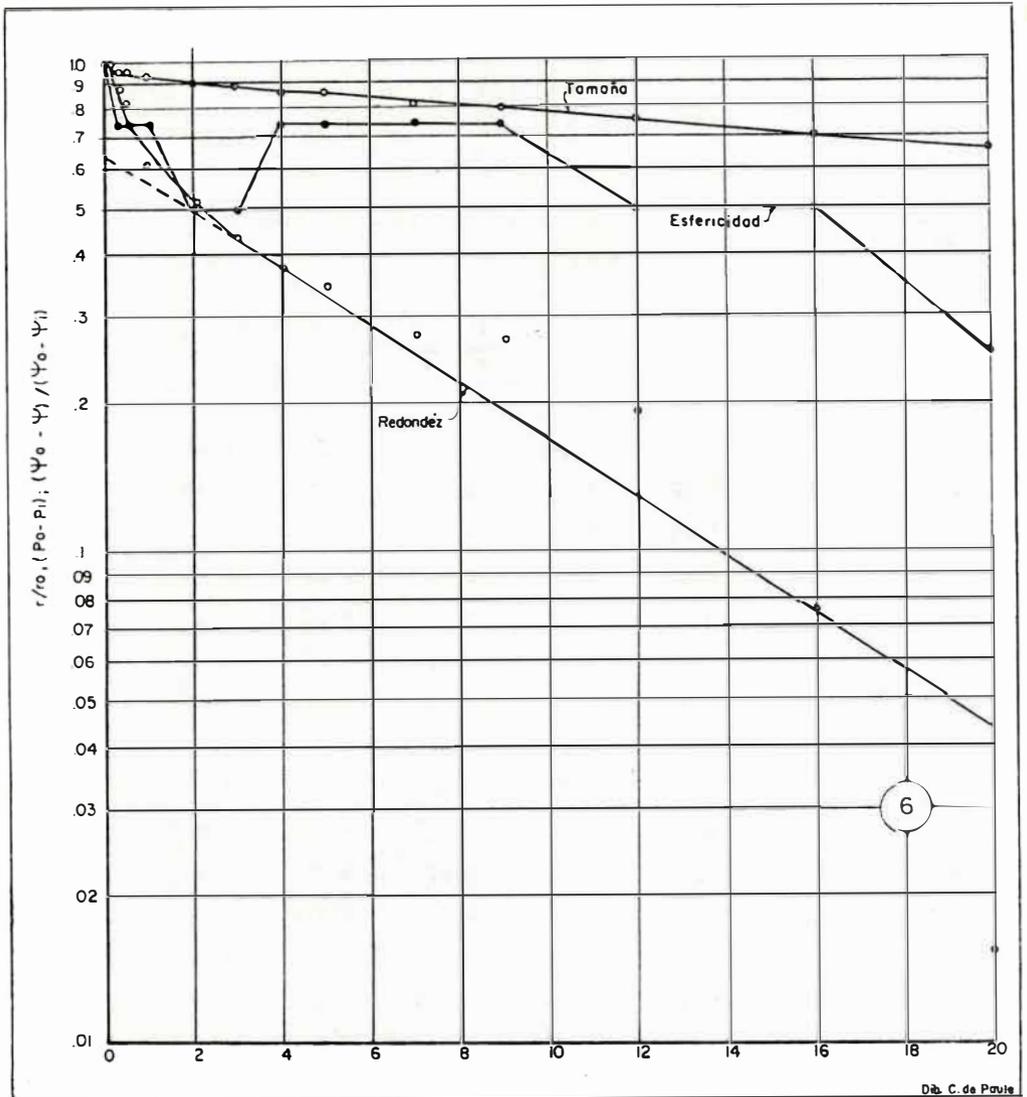


Fig. 6. — Prueba gráfica de la teoría de abrasión. Primer experimento.

La figura 7 muestra los resultados gráficos del segundo experimento, para guijarros de 16 mm de diámetro basado en los datos del Cuadro 5.

La curva del tamaño medio aritmético tiene las mismas características que la curva de redondez en la figura 5, para el primer experimento, pero la rata de decrecimiento es más pequeña.

La curva de redondez aumenta de la misma manera que la curva equivalente del primer experimento, pero muestra una especie de mínimo a la distancia de tres millas, en la cual los fragmentos pequeños de caliza fueron más numerosos. Por lo tanto, se concluye que esto era un producto de la fractura, y de aquí que los dos puntos se hayan unido para obtener una curva más regular. El cambio en la curva de esfericidad es muy pequeño, irregular y quizás apenas ligeramente mayor que el error experimental de medidas.

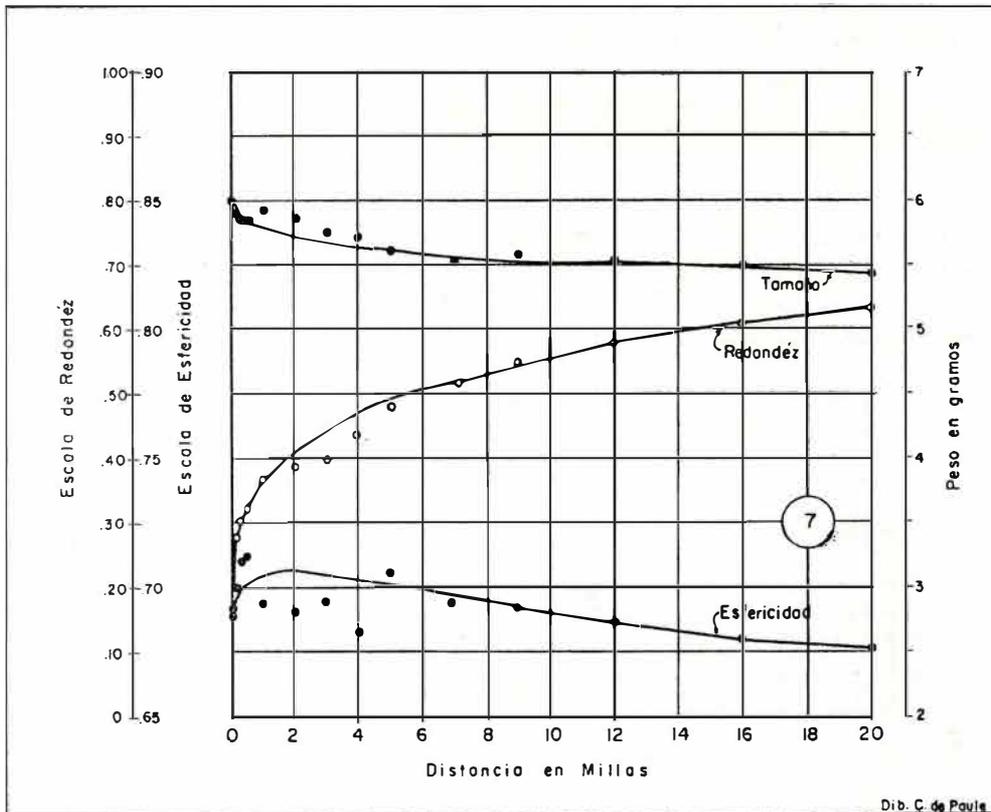


Fig. 7. — El tamaño (peso), la redondez y la esfericidad de los fragmentos de caliza como funciones de la distancia durante la abrasión. Segundo experimento; tamaño: 16 mm de diámetro.

En este experimento se encuentran las mismas relaciones para el tamaño, la redondez y la esfericidad, y los valores fueron dibujados sobre ejes coordenados, con un eje en escala logarítmica y el otro en escala aritmética.

Los valores calculados y transformados en la forma dicha se muestran en el cuadro 8. Al compilar el cuadro se tomó 6.02 como r_0 . La redondez inicial, P_i , fue tomada como 0.17 del cuadro 5, la redondez límite se tomó como 0.65 que es tan sólo 0.01 mayor que el último valor observado para la redondez. De la misma manera ψ_i se escogió como 0.69, para corresponder a la esfericidad inicial, y ψ_0 se tomó como 0.72, que es 0.01 mayor que el valor máximo observado de la esfericidad.

En esta primera prueba suplementaria del segundo experimento, también se observa fácilmente que los puntos no caen sobre líneas rectas, como se puede ver en la figura 8, que muestra los resultados con base en el cuadro 8.

Así como en el primer experimento, otra vez el tamaño y la redondez se apartan al principio de la línea recta, pero la línea del tamaño, después de la media milla, concuerda con la teoría. La redondez muestra una marcada separación en las dos primeras millas, después de las cuales es posible considerarla como línea recta. La esfericidad no da una línea recta, sino una línea en forma de zig-zag, como en el primer experimento. El

cambio en la dirección de la esfericidad es muy pequeño, irregular y probablemente no mayor que el error experimental de medida, si lo hubiere.

La figura 9 muestra los resultados del segundo experimento para guijarros de 32 mm de diámetro, con base en el cuadro 6. Las curvas de tamaño, redondez y esfericidad presentan las mismas características que en la figura 7 de esta prueba para guijarros de 16 mm de diámetro.

Se debe anotar que este experimento se prolongó por 40 horas, y que las partes de curvas comprendidas entre las 20 y 40 millas no presentan ninguna anomalía, sino que parecen ser una continuación de la curva. En otras palabras, si esta decrece hasta las veinte millas, ella seguirá en disminución hasta el final. Lo mismo se puede decir cuando la curva crece.

En este experimento, mejor que en cualquier otro, puede observarse que debido a la rata muy pequeña de aumento en la redondez, y a la muy

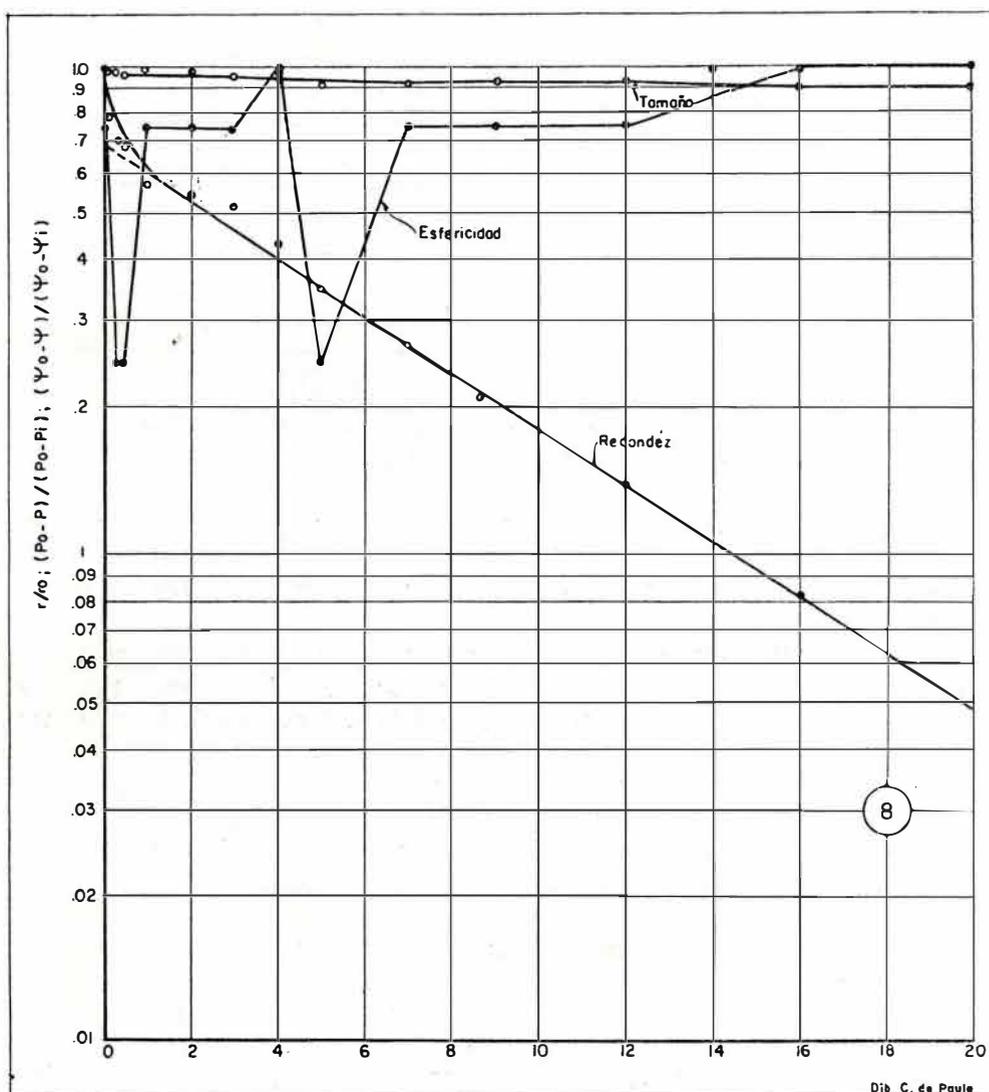


Fig. 8. — Prueba gráfica de la teoría de abrasión. Segundo experimento: guijarros de 16 mm de diámetro.

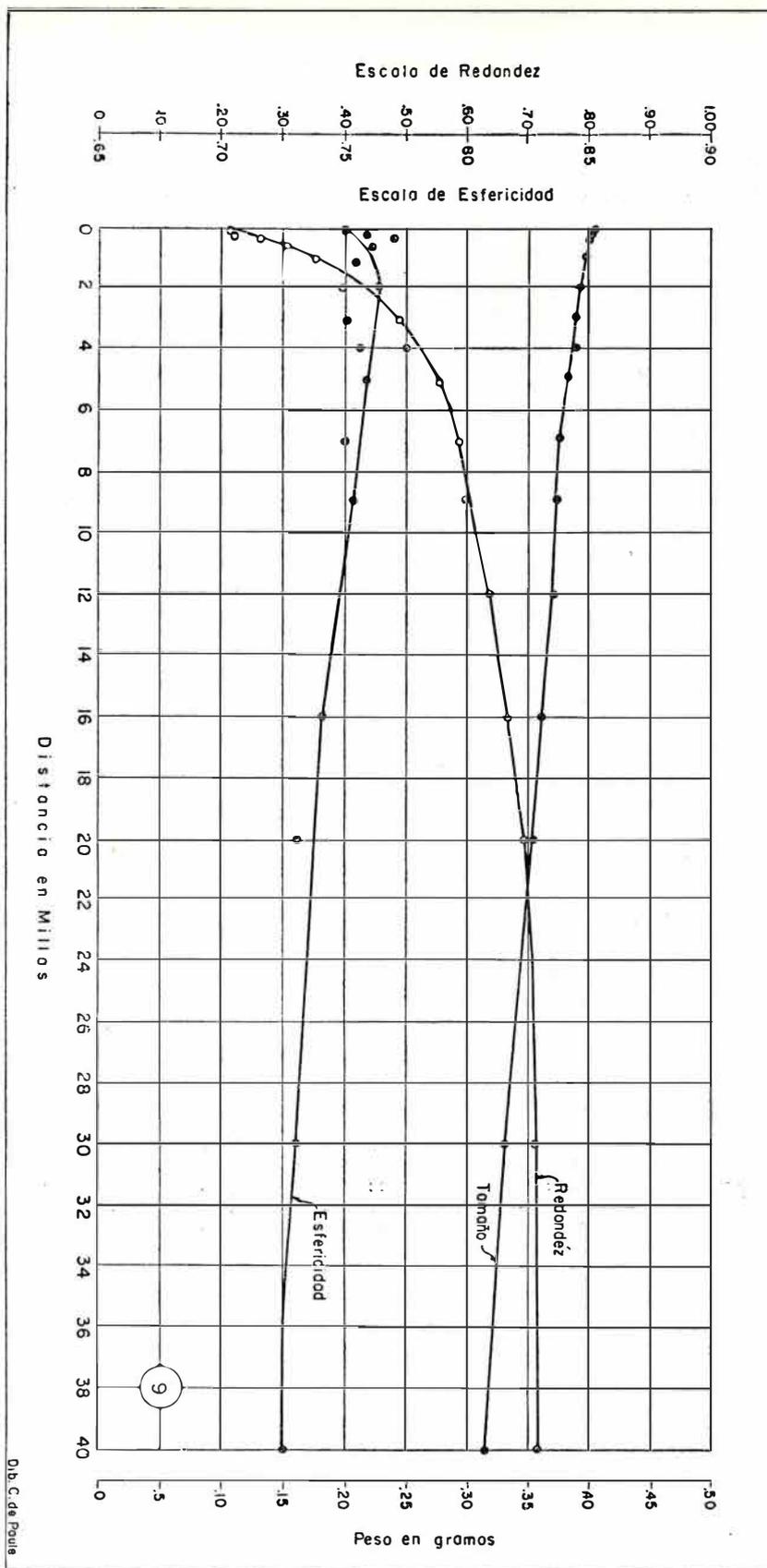


Fig. 9. — Tamaño (peso), redondez y esfericidad de los fragmentos de caliza como funciones de la distancia durante la abrasión. Segundo experimento: tamaño de los guijarros, 32 mm de diámetro.

pequeña de disminución de la esfericidad, las curvas parecen tender hacia las asíntotas. La redondez da la sensación de que se aproxima a una asíntota ligeramente mayor de 0.72 y la esfericidad se aproxima a una asíntota que pasa por una ordenada ligeramente debajo de 0.72, cuando su valor inicial fue tomado del orden de 0.75.

Para este experimento suplementario con guijarros de 32 mm de diámetro se calcularon las mismas relaciones de tamaño, redondez y esfericidad transformados. Los resultados se dan en el cuadro 9, y la interpretación gráfica en la figura 10. Al compilar el cuadro, 40.77 fue el valor tomado para r_0 . La redondez inicial, P_i , fue tomada como 0.21 del cuadro 6; la redondez límite, P_0 , fue escogida como 0.71, que es tan sólo 0.01 mayor que el valor final observado de la redondez. Con respecto a la esfericidad, ψ_i fue escogido como 0.75, que corresponde a la esfericidad inicial, y ψ_0 se tomó como 0.78, que es 0.01 mayor que el máximo valor observado de la esfericidad y que corresponde a la esfericidad límite.

En este experimento suplementario, usando los guijarros de 32 mm de la segunda operación de observación, se puede ver que la representación gráfica es casi perfecta, especialmente para la línea de tamaño, aunque no todos los puntos caen sobre la línea recta, como se puede notar en la figura 10. La línea de tamaño indica que se aparta al principio de la recta en los valores iniciales, pero de la media milla en adelante hasta el final, está completamente de acuerdo con la teoría.

CUADRO 5

VALORES EXPERIMENTALES EN FRAGMENTOS DE CALIZA

Segundo experimento. Tamaño: 16 mm

Tiempo en minutos	Distancia en millas	Media aritmética del peso en gramos	Media aritmética de la redondez	Media aritmética de la esfericidad
0	0.00	6.02	0.17	0.69
10	0.17	5.90	0.27	0.70
20	0.33	5.88	0.30	0.71
30	0.50	5.87	0.32	0.71
60	1.00	5.95	0.37	0.69
120	2.00	5.86	0.39	0.69
180	3.00	5.78	0.40	0.70
240	4.00	5.73	0.44	0.68
300	5.00	5.61	0.48	0.71
420	7.00	5.57	0.52	0.70
540	9.00	5.62	0.55	0.69
720	12.00	5.58	0.58	0.69
960	16.00	5.52	0.61	0.68
1200	20.00	5.48	0.64	0.68

CUADRO 6

VALORES EXPERIMENTALES EN FRAGMENTOS DE CALIZA

Segundo experimento. Tamaño: 32 mm

Tiempo en minutos	Distancia en millas	Media aritmética del peso en gramos	Media aritmética de la redondez	Media aritmética de la esfericidad
0	0.00	40.7	0.21	0.75
10	0.17	40.4	0.22	0.76
20	0.33	40.3	0.27	0.77
30	0.50	40.2	0.31	0.76
60	1.00	39.9	0.36	0.75
120	2.00	39.4	0.46	0.75
180	3.00	39.0	0.49	0.75
240	4.00	39.1	0.50	0.76
300	5.00	38.5	0.56	0.76
420	7.00	37.9	0.59	0.75
540	9.00	37.6	0.60	0.75
720	12.00	37.0	0.64	0.75
960	16.00	36.0	0.67	0.74
1200	20.00	35.5	0.70	0.73
1800	30.00	33.3	0.71	0.73
2400	40.00	31.6	0.72	0.72

CUADRO 7

VALORES EXPERIMENTALES EN FRAGMENTOS DE CALIZA

Segundo experimento. Tamaño: 64 mm

Tiempo en minutos	Distancia en millas	Media aritmética del peso en gramos	Media aritmética de la redondez	Media aritmética de la esfericidad
0	0.00	411.8	0.13	0.79
10	0.17	407.4	0.29	0.79
20	0.33	404.8	0.38	0.79
30	0.50	401.5	0.43	0.78
60	1.00	392.6	0.46	0.82
120	2.00	379.9	0.52	0.81
180	3.00	369.2	0.60	0.79
240	4.00	360.8	0.66	0.79
300	5.00	353.8	0.70	0.78
420	7.00	339.4	0.72	0.77
540	9.00	331.6	0.73	0.78
720	12.00	321.1	0.77	0.76
960	16.00	306.9	0.79	0.76
1200	20.00	295.6	0.81	0.76

CUADRO 8

DATOS DEL TAMAÑO, REDONDEZ Y ESFERICIDAD CALCULADOS
EN FRAGMENTOS DE CALIZA

Segundo experimento. Tamaño: 16 mm

Distancia en millas	Tamaño (peso en gramos)	Redondez			Esfericidad		
		S	r/r_0	P	$P_0 - P$	$\frac{P_0 - P}{P_0 - P_1}$	ψ
0.00	1.00	0.17	0.48	1.00	0.69	0.03	0.75
0.17	0.98	0.27	0.38	0.79	0.70	0.02	0.50
0.33	0.97	0.31	0.34	0.71	0.71	0.01	0.25
0.50	0.97	0.32	0.33	0.69	0.71	0.01	0.25
1.00	0.99	0.37	0.28	0.58	0.69	0.03	0.75
2.00	0.97	0.39	0.26	0.54	0.69	0.03	0.75
3.00	0.96	0.40	0.25	0.52	0.69	0.03	0.75
4.00	0.95	0.44	0.21	0.44	0.68	0.04	1.00
5.00	0.93	0.48	0.17	0.35	0.71	0.01	0.25
7.00	0.92	0.52	0.13	0.27	0.69	0.03	0.75
9.00	0.93	0.55	0.10	0.21	0.69	0.03	0.75
12.00	0.92	0.58	0.07	0.14	0.69	0.03	0.75
16.00	0.92	0.61	0.04	0.083	0.68	0.04	1.00
20.00	0.91	0.64	0.01	0.020	0.68	0.04	1.00

CUADRO 9

DATOS DEL TAMAÑO, REDONDEZ Y ESFERICIDAD CALCULADOS
EN FRAGMENTOS DE CALIZA

Segundo experimento. Tamaño: 32 mm

Distancia en millas	Tamaño (peso en gramos)	Redondez			Esfericidad		
		S	r/r_0	P	$P_0 - P$	$\frac{P_0 - P}{P_0 - P_1}$	ψ
0.00	1.00	0.21	0.50	1.00	0.75	0.03	0.60
0.17	0.99	0.22	0.49	0.98	0.76	0.02	0.40
0.33	0.99	0.27	0.44	0.88	0.79	0.01	0.20
0.50	0.98	0.31	0.40	0.80	0.76	0.02	0.40
1.00	0.97	0.36	0.35	0.70	0.75	0.03	0.60
2.00	0.96	0.46	0.25	0.50	0.75	0.03	0.60
3.00	0.95	0.49	0.22	0.44	0.75	0.03	0.60
4.00	0.96	0.50	0.21	0.42	0.76	0.02	0.40
5.00	0.94	0.56	0.15	0.30	0.76	0.02	0.40
7.00	0.93	0.59	0.12	0.24	0.75	0.03	0.60
9.00	0.92	0.60	0.11	0.22	0.75	0.03	0.60
12.00	0.90	0.64	0.07	0.14	0.75	0.03	0.66
16.00	0.88	0.67	0.04	0.08	0.74	0.04	0.80
20.00	0.87	0.70	0.01	0.02	0.73	0.05	1.00

La curva de redondez se aparta notablemente en las dos primeras millas, después de las cuales se la puede considerar como una línea recta. Como en los experimentos anteriores, el cambio en la curva de esfericidad es lento, irregular, y probablemente no mayor, que el error experimental de medida, si acaso lo hubiere. La esfericidad no da una línea recta, sino una línea en zig-zag.

El cuadro 7 presenta los valores experimentales, y la figura 11 indica gráficamente los resultados del segundo experimento hecho en guijarros de 64 mm de diámetro. Las curvas de tamaño y redondez muestran las mismas características que las correspondientes de la figura 7, en el segundo experimento, y, por lo tanto, se puede hacer la misma descripción de éstas que de aquéllas.

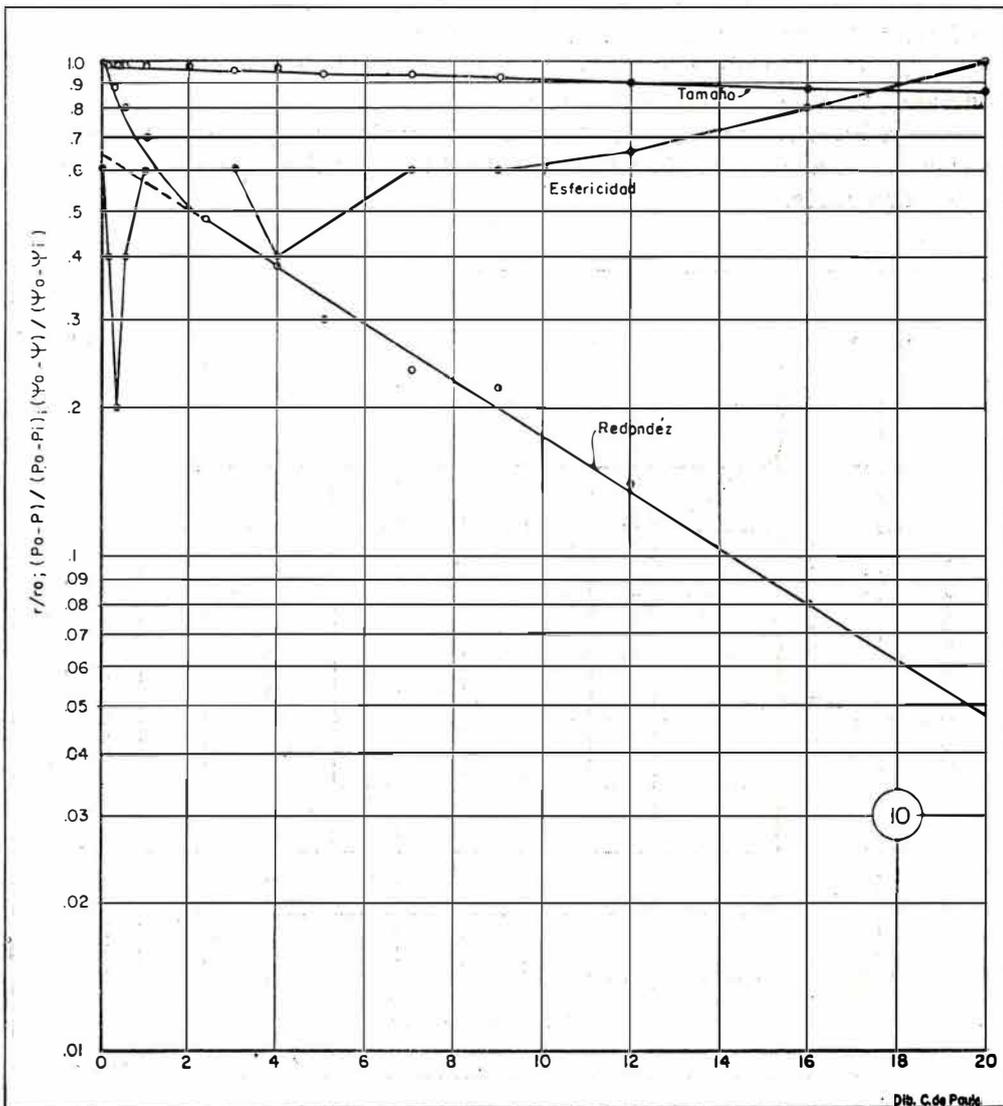


Fig. 10. — Prueba gráfica de la teoría de abrasión.
Segundo experimento: 32 mm de diámetro.

Pero se debe anotar que la curva de redondez no parece acercarse a su asíntota, sino que aumenta continuamente a pesar de que la rata de aumento disminuye, al final. El cambio de la curva de esfericidad es muy pequeño, irregular, y probablemente no mayor que el error experimental de medida, si lo hubiere.

En esta prueba suplementaria se encontraron las mismas relaciones anteriores, de tamaño, redondez y esfericidad calculados, sacados de los datos experimentales; sus resultados se dan en el cuadro 10, y la interpretación gráfica en la figura 12.

Al compilar el cuadro 10, r_0 se tomó como 411.83; P_i , redondez inicial, como 0.13 del cuadro 6; P_0 , redondez límite, como 0.82, que es 0.01 mayor que el valor final de la redondez observada. Se tomó ψ_i , igual a 0.79, que corresponde al valor inicial de la esfericidad; ψ_0 , como 0.82, que es 0.01 mayor que el máximo de los valores observados de la esfericidad correspondiente a la esfericidad límite.

Como se puede ver en la figura 12, no todos los puntos para el tamaño y redondez caen en líneas rectas.

La línea de tamaño muestra una separación de la línea recta en sus valores iniciales, pero de una milla hasta el final se puede considerar como una recta.

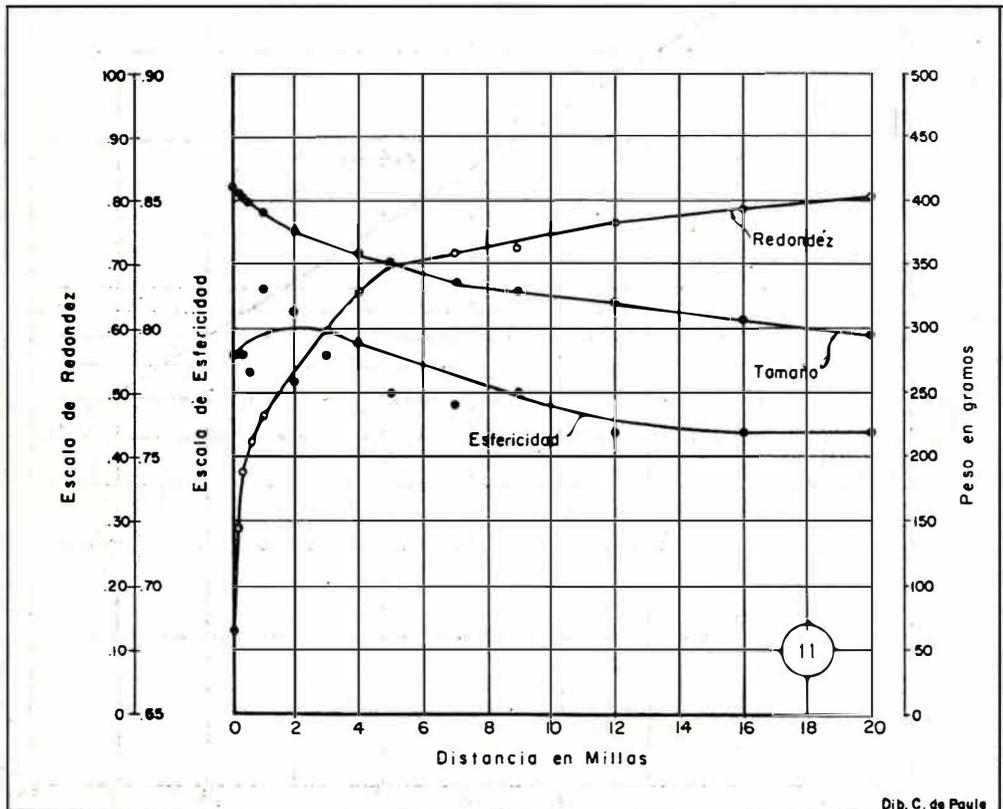


Fig. 11 — Tamaño (peso), redondez y esfericidad de los fragmentos de caliza como funciones de la distancia durante la abrasión. Segundo experimento, tamaño de los guijarros: 64 mm de diámetro.

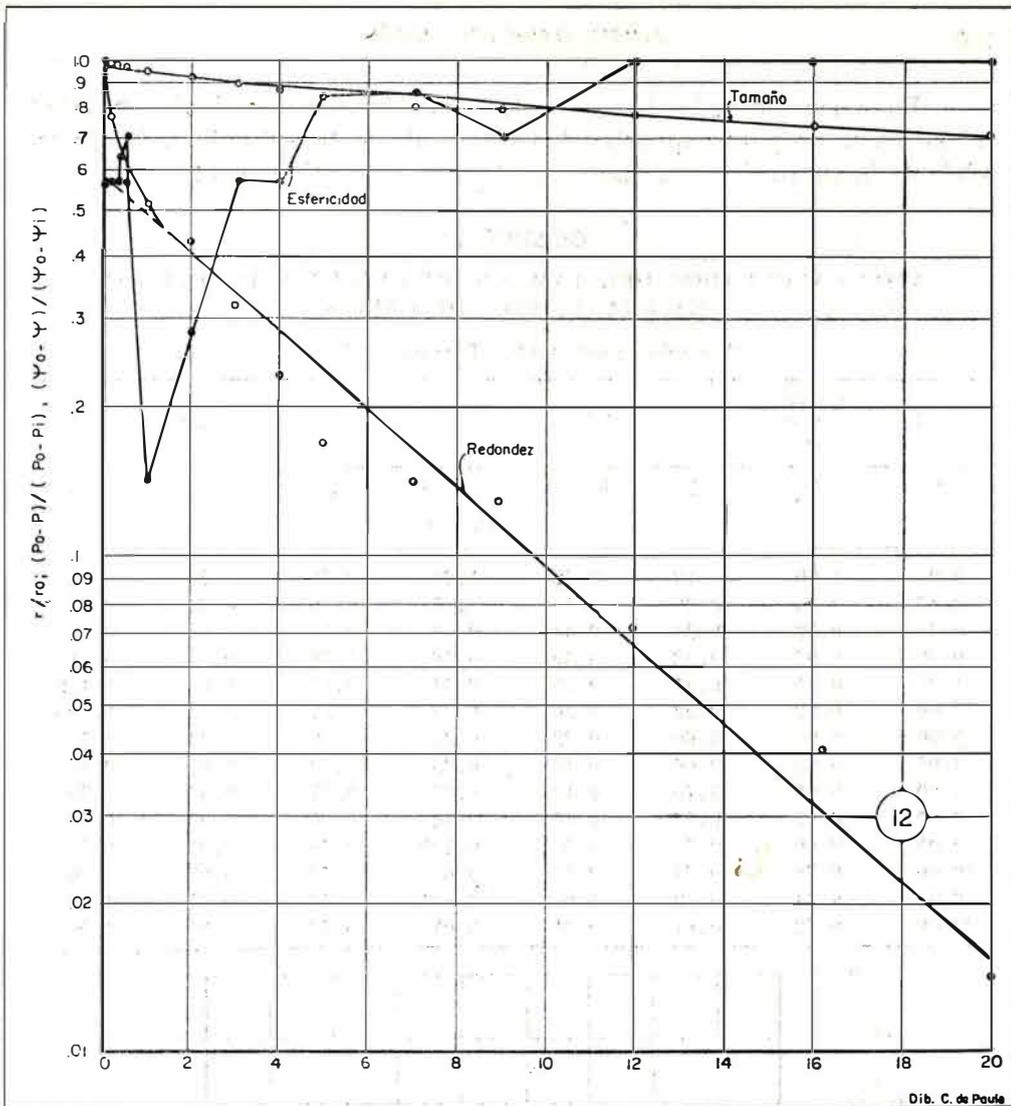


Fig. 12. — Prueba gráfica de la teoría de abrasión.
Segundo experimento: 64 mm de diámetro.

La curva de redondez muestra una separación inicial hasta la primera milla y media, pero de este punto en adelante se le puede considerar como una recta según se desprende de lo observado en la figura 12. La esfericidad no da una línea recta sino una en forma de zig-zag. El cambio en la esfericidad es muy pequeño, irregular y probablemente menor que el error experimental de medida, si lo hubiere.

Tercer experimento. Los cuadros siguientes muestran los resultados obtenidos en esta serie de pruebas: cuadro 11, guijarros de 16 mm de diámetro; cuadro 12, guijarros de 32 mm de diámetro; y cuadro 13, guijarros de 64 mm de diámetro.

La figura 13 muestra los resultados gráficos en el tercer experimento con guijarros de 16 mm de diámetro, basados en el cuadro 11. La media aritmética del tamaño pasa muy rápidamente de un valor alto a uno bajo al comienzo y después de la curva principia a decrecer a medida que la distancia aumenta.

Se debe anotar que entre 16 y 20 millas de distancia la rata de decrecimiento es muy pequeña.

La curva de redondez aumenta muy rápidamente desde su valor inicial hasta un punto aproximadamente equivalente a 6 millas; de allí en adelante la curva tiende a hacerse recta y crece continuamente.

CUADRO 10
 DATOS CALCULADOS DEL TAMAÑO, REDONDEZ Y ESFERICIDAD
 EN FRAGMENTOS DE CALIZA

Segundo experimento. Tamaño: 64 mm

Distancia en millas	Tamaño (peso en gramos)	Redondez			Esfericidad		
		P	$P_0 - P$	$\frac{P_0 - P}{P_0 - P_1}$	ψ	$\psi_0 - \psi$	$\frac{\psi_0 - \psi}{\psi_0 - \psi_1}$
S	r/r_0						
0.00	1.00	0.13	0.69	1.00	0.79	0.04	0.57
0.17	0.99	0.20	0.53	0.77	0.79	0.04	0.57
0.33	0.98	0.38	0.44	0.64	0.79	0.04	0.57
0.50	0.97	0.43	0.39	0.56	0.78	0.05	0.71
1.00	0.95	0.47	0.35	0.51	0.82	0.01	0.142
2.00	0.92	0.52	0.30	0.43	0.81	0.02	0.285
3.00	0.90	0.60	0.22	0.32	0.79	0.04	0.57
4.00	0.88	0.66	0.16	0.23	0.79	0.04	0.57
5.00	0.86	0.70	0.12	0.17	0.77	0.06	0.86
7.00	0.82	0.72	0.10	0.144	0.77	0.06	0.86
9.00	0.80	0.73	0.09	0.130	0.78	0.05	0.71
12.00	0.78	0.77	0.05	0.072	0.76	0.07	1.00
16.00	0.74	0.79	0.03	0.041	0.76	0.07	1.00
20.00	0.72	0.81	0.01	0.014	0.76	0.07	1.00

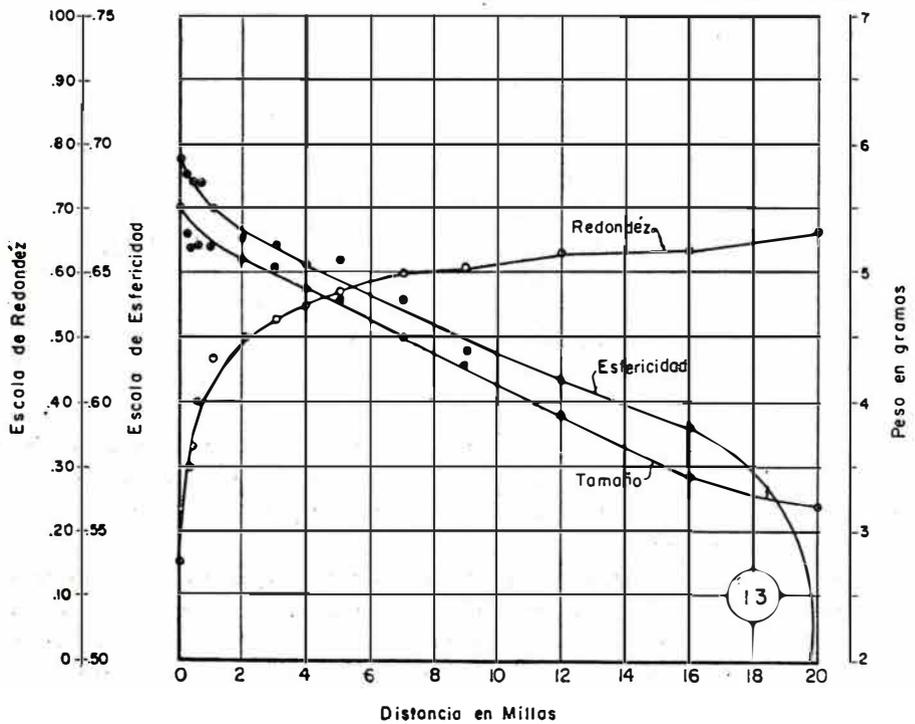


Fig. 13. — Tamaño (peso), redondez y esfericidad de los fragmentos de caliza como funciones de la distancia durante la abrasión, en el tercer experimento, 16 mm de diámetro.

CUADRO 11

VALORES EXPERIMENTALES EN FRAGMENTOS DE CALIZA

Tercer experimento. Tamaño: 16 mm

Tiempo en minutos	Distancia en millas	Media aritmética del peso en gramos	Media aritmética de la redondez	Media aritmética de la esfericidad
0	0.00	5.60	0.15	0.70
10	0.17	5.30	0.30	0.69
20	0.33	5.20	0.33	0.68
30	0.50	5.20	0.40	0.69
60	1.00	5.20	0.47	0.67
120	2.00	5.10	0.50	0.66
180	3.00	5.05	0.53	0.66
240	4.00	4.88	0.55	0.65
300	5.00	4.70	0.57	0.66
420	7.00	4.50	0.60	0.64
540	9.00	4.30	0.61	0.62
720	12.00	3.90	0.63	0.61
960	16.00	3.40	0.64	0.59
1200	20.00	3.20	0.67	0.49

CUADRO 12

VALORES EXPERIMENTALES EN FRAGMENTOS DE CALIZA

Tercer experimento. Tamaño: 32 mm

Tiempo en minutos	Distancia en millas	Media aritmética del peso en gramos	Media aritmética de la redondez	Media aritmética de la esfericidad
0	0.00	40.8	0.18	0.73
10	0.17	40.4	0.29	0.73
20	0.33	40.2	0.33	0.72
30	0.50	40.1	0.41	0.73
60	1.00	39.8	0.46	0.73
120	2.00	39.4	0.50	0.71
180	3.00	38.8	0.55	0.71
240	4.00	37.9	0.59	0.72
300	5.00	37.3	0.59	0.71
420	7.00	36.3	0.59	0.71
540	9.00	35.2	0.60	0.70
720	12.00	33.9	0.63	0.69
960	16.00	32.2	0.64	0.69
1200	20.00	29.3	0.67	0.69

La curva de esfericidad decrece rápidamente desde su valor inicial hasta un punto en que la distancia es aproximadamente 2 millas. Pasado este punto la curva tiende hacia una recta decreciendo continuamente. Se debe anotar que la rata de esfericidad cambia volviéndose mayor entre las 16 y 20 millas de distancia recorrida.

La prueba gráfica de la teoría de abrasión se aplicó a este experimento como se hizo anteriormente; las relaciones transformadas del tamaño, redondez y esfericidad fueron calculadas y sus valores puestos en papel semilogarítmico.

En el cuadro 14 se dan los valores transformados, obtenidos por el cálculo; para su compilación, 5.5 se tomó como r_0 ; P_i , redondez inicial, como 0.15 del cuadro 11; la redondez límite fue escogida como 0.68, que es 0.01 mayor que el valor final de la redondez observada. De la misma manera ψ_i se escogió como 0.69, que corresponde a la esfericidad inicial, y ψ_0 fue tomada como 0.70, que es 0.01 mayor que el máximo valor observado para la esfericidad.

La figura 14 es la representación de los resultados basados en el cuadro 14.

Se hace notorio, al observar la figura, que no todos los puntos coinciden sobre una línea recta. Las curvas de tamaño y redondez presentan al principio una desviación de la línea recta, pero la curva de tamaño, después de la primera milla concuerda con la teoría. La de redondez muestra una marcada desviación en las tres primeras millas, pero luego se le puede considerar como una recta. La esfericidad no da una línea recta sino en forma de zig-zag, pero no es tan irregular como en los experimentos anteriores a pesar de que el cambio es unidireccional y de mucha significación, al tenerse en cuenta que la variación es mayor que aquella que se podría explicar con base en el error experimental.

CUADRO 13

VALORES EXPERIMENTALES EN FRAGMENTOS DE CALIZA

Tercer experimento. Tamaño: 64 mm

Tiempo en minutos	Distancia en millas	Media aritmética del peso en gramos	Media aritmética de la redondez	Media aritmética de la esfericidad
0	0.00	385.8	0.15	0.76
10	0.17	382.7	0.30	0.78
20	0.33	381.2	0.36	0.76
30	0.50	380.3	0.40	0.76
60	1.00	378.0	0.44	0.76
120	2.00	375.2	0.50	0.76
180	3.00	371.9	0.53	0.76
240	4.00	369.3	0.56	0.75
300	5.00	366.8	0.58	0.75
420	7.00	360.9	0.58	0.76
540	9.00	355.6	0.59	0.75
720	12.00	347.6	0.60	0.76
960	16.00	339.0	0.61	0.73
1200	20.00	326.9	0.62	0.74

La figura 15 muestra los resultados del tercer experimento con guijarros de 32 mm de diámetro. Las curvas de tamaño, redondez y esfericidad indican las mismas características que en la figura 13, de este experimento para guijarros de 16 mm de diámetro; por lo tanto se puede aplicar la misma descripción.

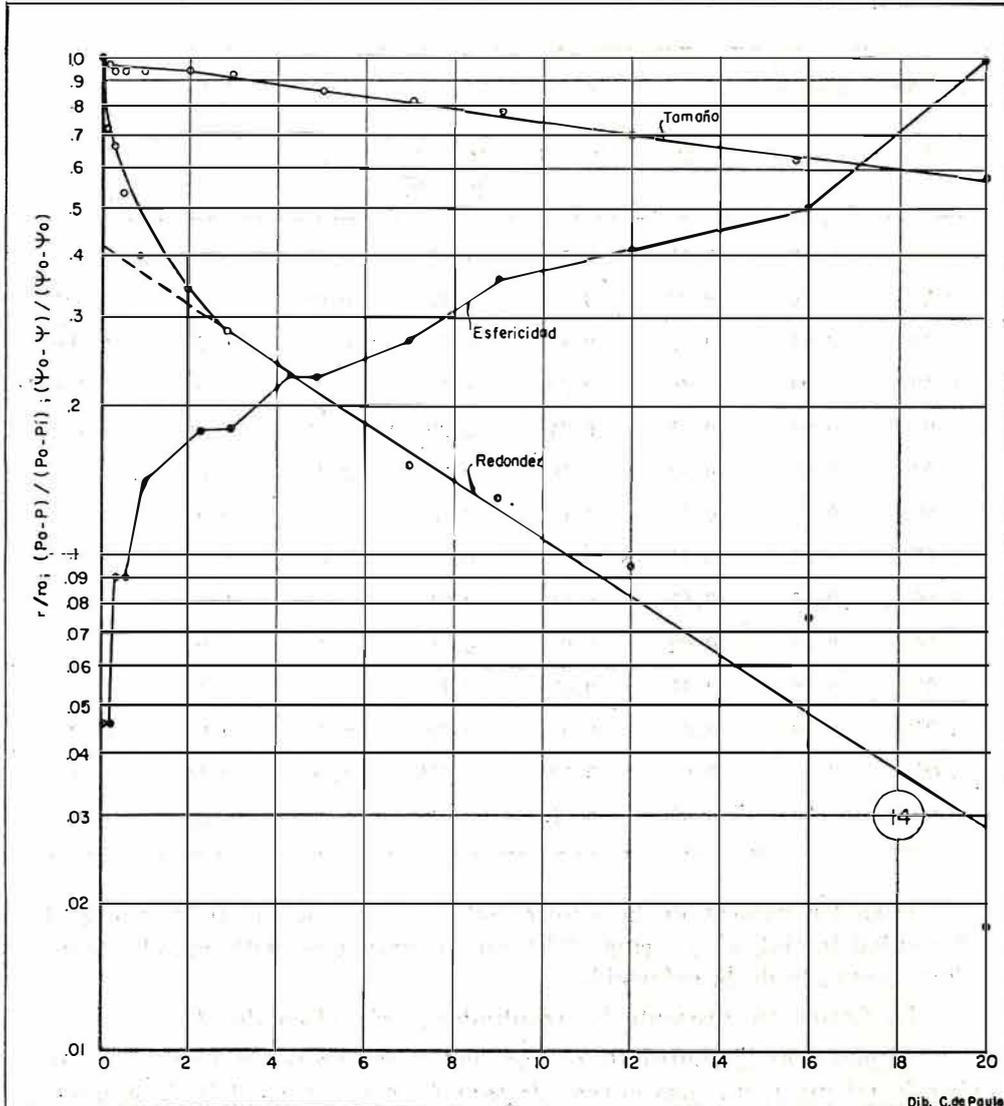


Fig. 14. — Prueba gráfica de la teoría de abrasión.
Tercer experimento, 16 mm de diámetro.

La prueba gráfica de la teoría de abrasión también se aplicó en este experimento como se hizo anteriormente.

Los valores transformados del tamaño, la redondez y la esfericidad fueron calculados y se expresan en el cuadro 15. En la compilación de este cuadro se tomó 40.84 como r_0 ; la redondez inicial, P_i como 0.18, del cuadro 12; la redondez límite, P_0 como 0.68, que es 0.01 mayor que el valor final observado de la redondez.

CUADRO 14

DATOS CALCULADOS DEL TAMAÑO, REDONDEZ Y ESFERICIDAD
EN FRAGMENTOS DE CALIZA

Tercer experimento. Tamaño: 16 mm

Distancia en millas	Tamaño (peso en gramos)	Redondez			Esfericidad		
		P	$P_0 - P$	$\frac{P_0 - P}{P_0 - P_1}$	ψ	$\psi_0 - \psi$	$\frac{\psi_0 - \psi}{\psi_0 - \psi_1}$
S	r/r_0						
0.00	1.00	0.15	0.53	1.00	0.69	0.01	0.045
0.17	0.96	0.30	0.38	0.72	0.69	0.01	0.045
0.33	0.94	0.33	0.35	0.66	0.68	0.02	0.090
0.50	0.94	0.40	0.28	0.53	0.68	0.02	0.090
1.00	0.94	0.47	0.21	0.39	0.67	0.03	0.14
2.00	0.93	0.50	0.18	0.34	0.66	0.04	0.18
3.00	0.92	0.53	0.15	0.28	0.66	0.04	0.18
4.00	0.89	0.55	0.13	0.24	0.65	0.05	0.23
5.00	0.85	0.57	0.11	0.21	0.65	0.05	0.23
7.00	0.81	0.60	0.08	0.15	0.64	0.06	0.27
9.00	0.78	0.61	0.07	0.13	0.62	0.08	0.36
12.00	0.70	0.63	0.05	0.094	0.61	0.09	0.41
16.00	0.62	0.64	0.04	0.075	0.59	0.11	0.50
20.00	0.58	0.67	0.01	0.018	0.48	0.22	1.00

Para los valores de la esfericidad, ψ_1 , se escogió 0.73, que es la esfericidad inicial, y ψ_0 como 0.74, que es mayor en 0.01 que el máximo valor observado de la esfericidad.

La figura 16 presenta los resultados según el cuadro 15.

Al observar la figura 16, se hace notar que no todos los puntos caen sobre la misma recta. Las curvas de tamaño y en especial la de redondez muestran una desviación inicial de la línea recta, pero la de tamaño después del primer tercio de milla concuerda con la teoría. La de redondez muestra una desviación inicial en las primeras tres millas, después de las cuales se la puede considerar como una línea recta. La esfericidad no da una recta sino una línea muy irregular en forma de zig-zag. En este experimento, como en los anteriores, el cambio de la curva de esfericidad es muy pequeño y probablemente no mayor que el error de experimento si lo hubiere.

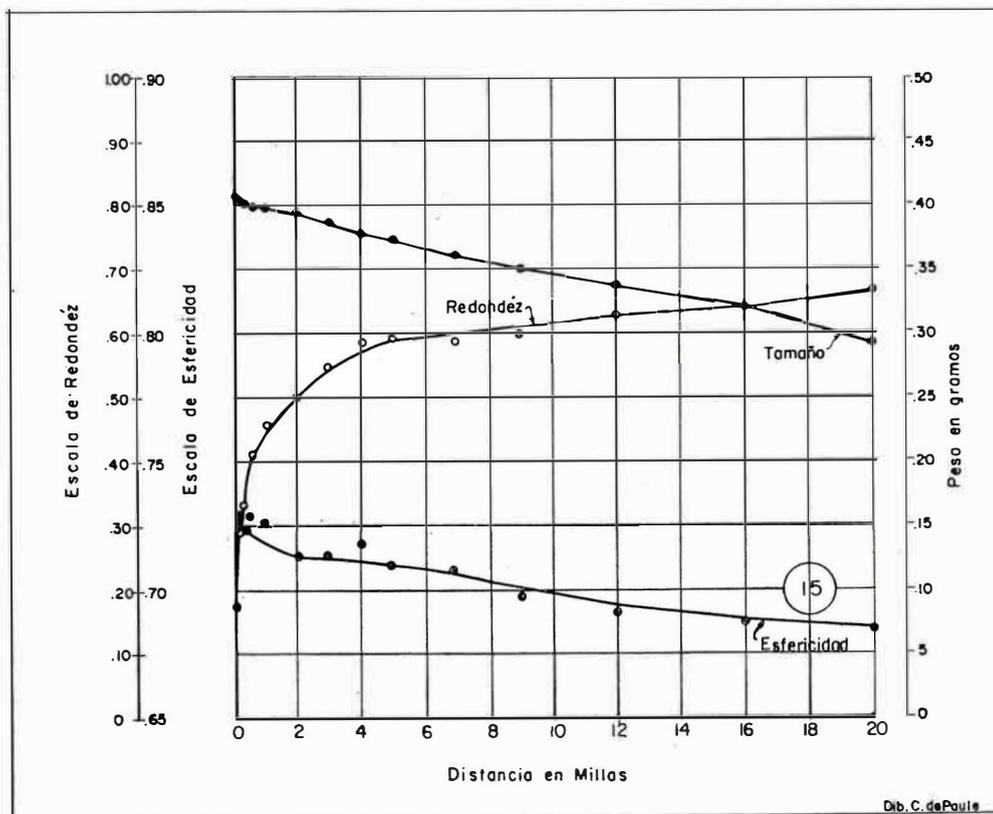


Fig. 15.— El tamaño (peso), la redondez y la esfericidad de los fragmentos de caliza, en función de la distancia durante la abrasión, en el tercer experimento, de 32 mm de diámetro.

La figura 17 presenta los resultados obtenidos en el tercer experimento con guijarros de 64 mm de diámetro basados en el cuadro 13. Las curvas de tamaño, redondez y esfericidad muestran las mismas características que en la figura 13 para guijarros de 16 mm de diámetro, correspondiente a este experimento; por lo cual la misma explicación puede ser aplicada al caso.

La prueba gráfica de la teoría de abrasión, también se aplicó en este experimento.

Se buscaron los valores calculados para el tamaño, la redondez y la esfericidad, los cuales se dan en el cuadro 16. En la elaboración del cuadro, se tomó 385.8 como r_0 para la redondez inicial; P_i fue escogido 0.15 del cuadro 12; y para la redondez límite, P_0 , se tomó 0.63, que es 0.01 mayor que el valor final de la redondez observada.

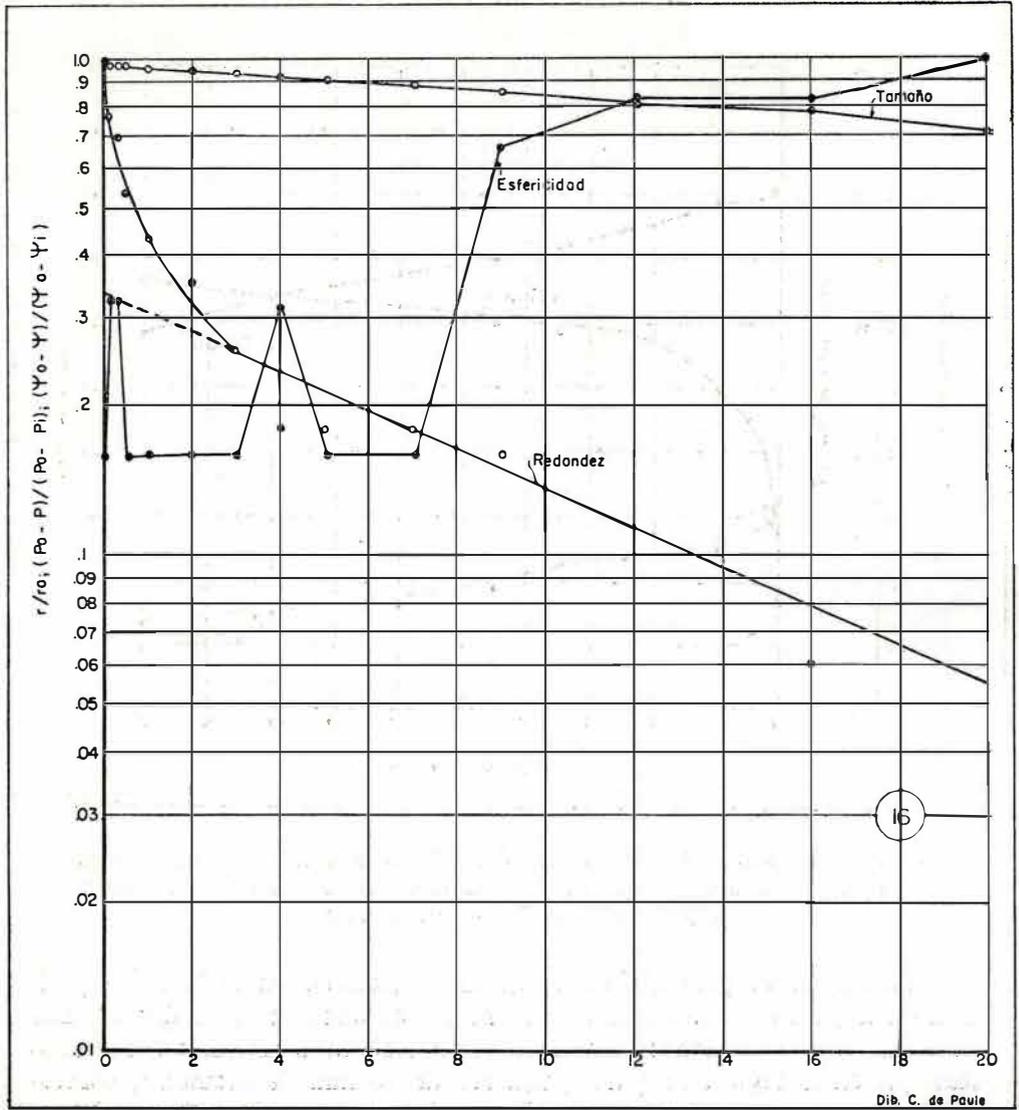


Fig. 16. — Prueba gráfica de la teoría de abrasión.
Tercer experimento, 32 mm de diámetro.

Para valores de la esfericidad, ψ_i , se tomó 0.76, para la esfericidad inicial; y ψ_0 , como 0.79, que es 0.01 mayor que el máximo valor de la esfericidad observada.

La figura 18 muestra los resultados basados en el cuadro 16.

CUADRO 15

DATOS DEL TAMAÑO, REDONDEZ Y ESFERICIDAD CALCULADOS EN FRAGMENTOS DE CALIZA

Tercer experimento. Tamaño: 32 mm

Distancia en millas	Tamaño (peso en gramos)	Redondez			Esfericidad		
		P	$P_0 - P$	$\frac{P_0 - P}{P_0 - P_1}$	ψ	$\psi_0 - \psi$	$\frac{\psi_0 - \psi}{\psi_0 - \psi_1}$
0.00	1.00	0.18	0.50	1.00	0.73	0.01	0.16
0.17	0.99	0.29	0.39	0.78	0.72	0.02	0.33
0.33	0.98	0.33	0.35	0.70	0.72	0.02	0.33
0.50	0.98	0.41	0.27	0.54	0.73	0.01	0.16
1.00	0.97	0.46	0.22	0.44	0.73	0.01	0.16
2.00	0.96	0.50	0.18	0.36	0.71	0.01	0.16
3.00	0.95	0.55	0.13	0.26	0.71	0.01	0.16
4.00	0.93	0.59	0.09	0.18	0.72	0.02	0.33
5.00	0.91	0.59	0.09	0.18	0.71	0.01	0.16
7.00	0.89	0.59	0.09	0.18	0.71	0.01	0.16
9.00	0.86	0.60	0.08	0.16	0.70	0.04	0.67
12.00	0.83	0.63	0.05	0.100	0.69	0.05	0.83
16.00	0.79	0.64	0.04	0.080	0.69	0.05	0.83
20.00	0.72	0.67	0.01	0.020	0.68	0.06	1.00

Al observar la figura 18, es posible notar que no todos los puntos caen en una línea recta. Las curvas de tamaño y redondez muestran una divergencia inicial de la recta, pero la de tamaño, después de 1/3 de milla, concuerda con la teoría. La curva de redondez muestra una divergencia inicial en las cuatro primeras millas después de las cuales se puede considerar como una recta. La esfericidad no da una recta sino una línea en forma de zig-zag. También en este experimento, el cambio en la curva de esfericidad es muy pequeño, irregular y probablemente no mayor que el error de experimento si lo hubiere.

Resumen

Curvas de tamaño. Todas estas curvas decrecen de su valor inicial, como se demuestra por los cuadros de valores experimentales, números 3, 5, 6, 7, 11, 12 y 13. Los gráficos muestran que todas las seis curvas descienden bruscamente al principio, para continuar gradualmente a medida que la distancia aumenta.

Cuando se aplica la prueba gráfica de la teoría de abrasión a los datos transformados, se puede notar que las curvas de tamaño muestran al principio una desviación de la línea recta, pero después de la primera milla donde se presenta el máximo, concuerdan excelentemente con la teoría.

Curvas de redondez. Los gráficos de redondez obtenidos por los valores experimentales muestran que éstas aumentan rápidamente de su valor inicial, y que de las 3 a 4 primeras millas se hace marcadamente horizontal; hacia el final del experimento hay un pequeñísimo aumento de la redondez, la cual crece continuamente, lo que hace creer que hay una marcada tendencia hacia los valores límites. Esto se nota muy especialmente en el segundo experimento, efectuado con guijarros de 32 mm de diámetro mezclados con arena, con un recorrido de 40 millas, quedando claramente definido que el aumento en la redondez de las 20 a las 40 millas fue muy pequeño.

Cuando se aplica la prueba gráfica de la teoría de abrasión a los datos transformados, se puede ver que todas las curvas muestran una marcada desviación de la línea recta en las tres o cuatro primera millas, después de las cuales la línea se puede considerar esencialmente como una recta, aunque es obvio que no todos los puntos caen sobre ella exactamente.

CUADRO 16

DATOS DEL TAMAÑO, REDONDEZ Y ESFERICIDAD CALCULADOS
EN FRAGMENTOS DE CALIZA

Tercer experimento. Tamaño: 64 mm

Distancia en millas	Tamaño (peso en gramos)	Redondez			Esfericidad		
		P	$P_0 - P$	$\frac{P_0 - P}{P_0 - P_1}$	ψ	$\psi_0 - \psi$	$\frac{\psi_0 - \psi}{\psi_0 - \psi_1}$
0.00	1.00	0.15	0.48	1.00	0.76	0.03	0.60
0.17	0.99	0.30	0.33	0.69	0.78	0.01	0.20
0.33	0.99	0.36	0.27	0.56	0.76	0.03	0.60
0.50	0.98	0.40	0.23	0.48	0.76	0.03	0.60
1.00	0.98	0.44	0.19	0.39	0.76	0.03	0.60
2.00	0.97	0.50	0.13	0.27	0.76	0.03	0.60
3.00	0.96	0.53	0.10	0.21	0.76	0.03	0.60
4.00	0.96	0.56	0.07	0.14	0.76	0.03	0.60
5.00	0.95	0.58	0.05	0.10	0.76	0.03	0.60
7.00	0.93	0.58	0.05	0.10	0.75	0.04	0.80
9.00	0.92	0.59	0.04	0.083	0.75	0.04	0.80
12.00	0.90	0.60	0.03	0.062	0.76	0.03	0.60
16.00	0.88	0.61	0.02	0.041	0.73	0.03	0.60
20.00	0.85	0.62	0.01	0.021	0.74	0.05	1.00

Curva de esfericidad. Estas curvas son de especial interés por la naturaleza misma del experimento; es posible distinguir dos tipos diferentes:

a) En el primer experimento, sin arena, con guijarros de calizas de 32 mm de diámetro, la curva de esfericidad, figura 5, no muestra cambios apreciables durante toda la prueba. Se pueden clasificar en este tipo las curvas de esfericidad resultantes del segundo experimento, para los tamaños de 16 mm, 32 mm y 64 mm de diámetro, que se representan en las figuras 7, 9 y 11. Las Curvas de esfericidad correspondientes a los diámetros de 32 mm y 64 mm, en el tercer experimento, también se pueden clasificar en este tipo. Todas ellas tienen en común el hecho de que el cambio de dirección en la esfericidad es muy pequeño, irregular y probablemente no mayor que el error experimental, si lo hubiere.

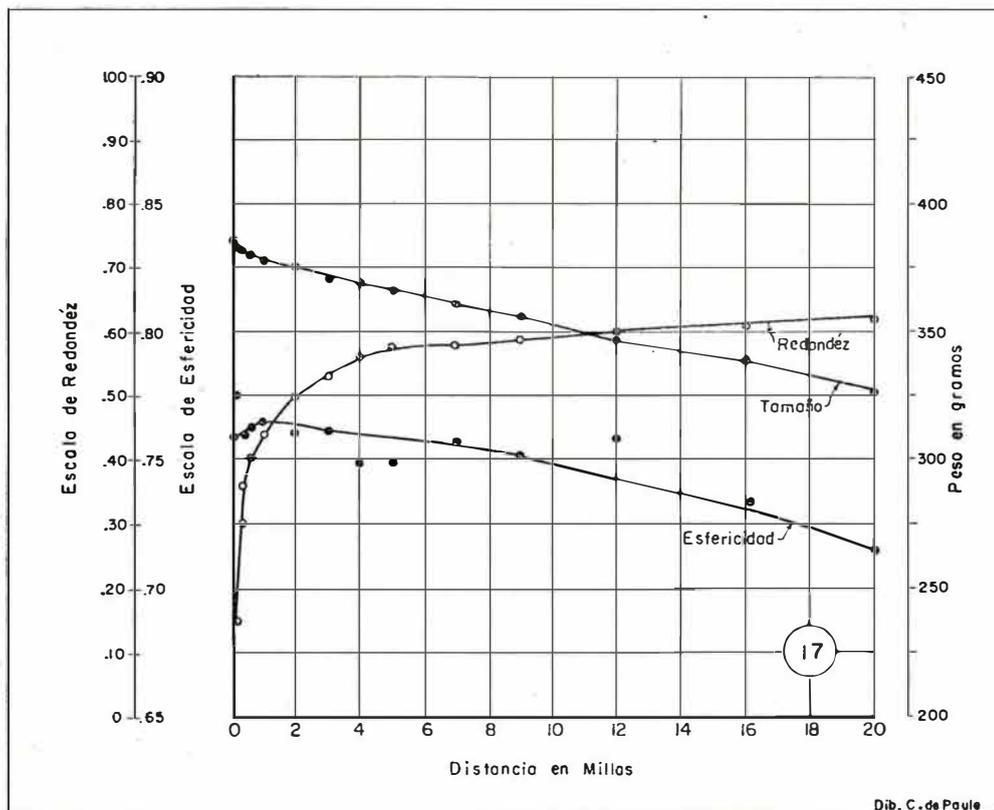


Fig. 17. — Tamaño (peso), redondez y esfericidad de los fragmentos de caliza en función de la distancia durante la abrasión, en el tercer experimento: 64 mm de diámetro.

b) Este tipo corresponde al tercer experimento con guijarros de 16 mm de diámetro. La figura 13 representa el desarrollo de la esfericidad en guijarros de 16 mm de diámetro. Como se puede ver, la curva decrece muy rápidamente, hasta aproximadamente una milla de recorrido; de aquí en adelante se hace horizontal, pero continúa el descenso lentamente hasta una distancia de 16 millas; de aquí en adelante, hasta las 20, presenta un decrecimiento muy rápido.

Se debe notar que en los tres experimentos, la esfericidad hace aparecer un cambio que es muy pequeño para que pueda tener significado especial, excepción hecha de los guijarros de 16 mm de diámetro en el ter-

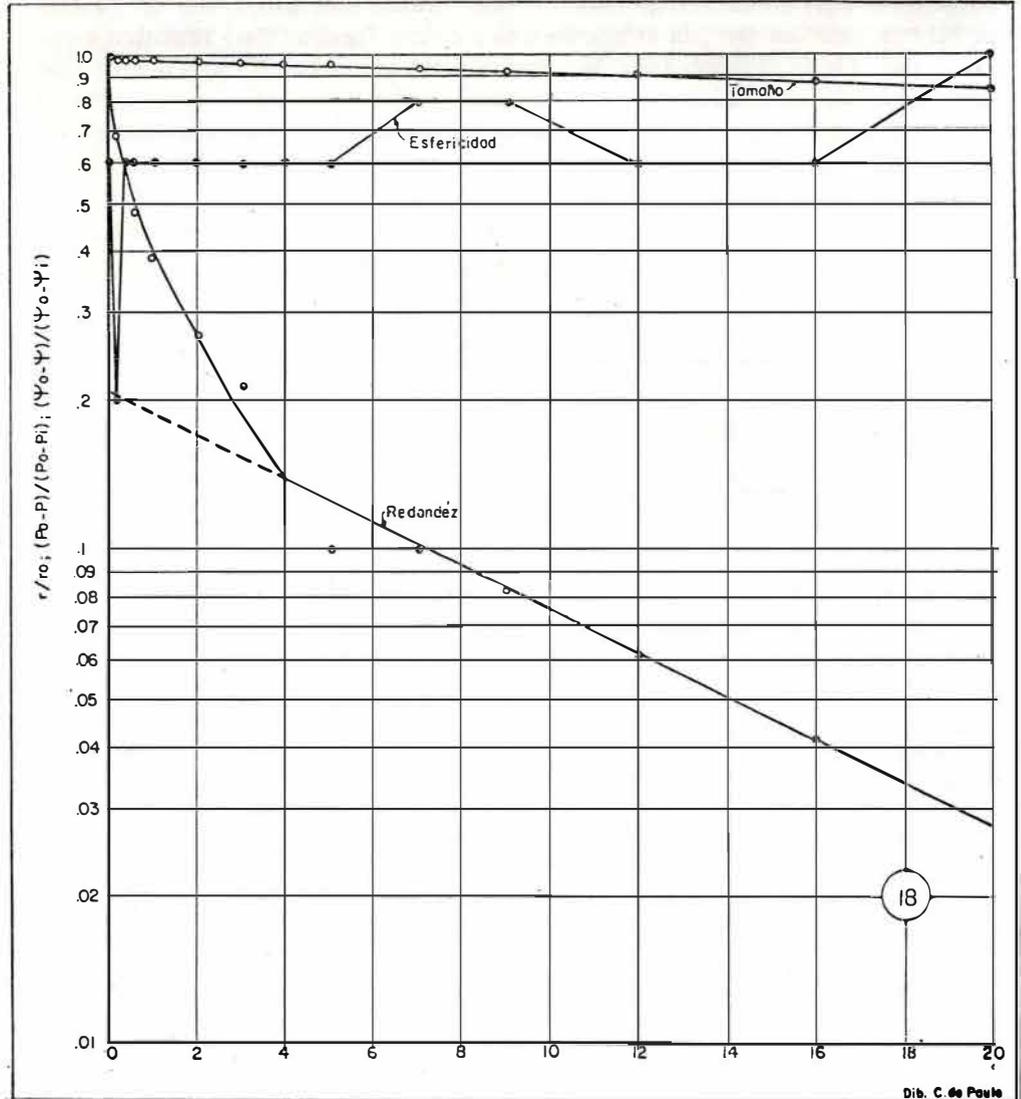


Fig. 18. — Prueba gráfica de la teoría de abrasión.
Tercer experimento: 64 mm de diámetro.

cer experimento. La prueba gráfica de la teoría de abrasión aplicada a esta curva da líneas en forma de zig-zag, excepto para los guijarros de 16 mm de diámetro en el tercer experimento. En la primera parte del tercer experimento la línea no es tan irregular. El cambio es unidireccional y de un significado especial, teniendo en cuenta que la variación de la curva de esfericidad es mayor que la que se podría explicar tomando como base el error experimental.

KRUMBEIN ¹¹, con el objeto de comparar las relaciones entre tamaño, redondez y esfericidad, hizo uso de "valores medios", y estableció que, para encontrar las "distancias medias", el peso inicial podía ser dividido por 2, y el punto en la coordenada, que representa la distancia en millas, correspondería a un "valor medio" que debería ser tomado como una

“distancia media”. El autor encontró que en las curvas de tamaño, donde la rata de desgaste es pequeña, el valor medio corresponde a una distancia superior a los límites de la curva. También convino que para encontrar los valores medios de la redondez y la esfericidad se debe tomar el valor inicial más la semidiferencia entre el primero y el último. El autor, con el objeto de tomar el valor medio para el tamaño, utilizó el peso inicial y lo dividió por 2. Teniendo en cuenta que la curva de tamaño al final del experimento es casi una recta, ésta se prolongó hasta que interceptara una ordenada que diese el valor del peso medio, y el punto correspondiente, en la coordenada, representa la distancia en millas. Por ejemplo, el peso medio aritmético inicial en el cuadro 4, es de 6.02. En la suposición de que su tamaño (peso) se aproximase a su valor límite cero, el valor medio sería 3.01 gramos. Valor a que se llegaría aproximadamente a las 130 millas.

De la misma manera, si el valor inicial de la redondez es de 0.17, y el valor final observado es de 0.64 sería posible suponer que el final se encontraría cerca a la asíntota. Por lo tanto, el valor medio sería el del valor inicial más la semidiferencia entre el primero y el último valor: $0.17 + (0.64 - 0.17)/2 = 0.41$.

La curva de redondez alcanza el valor 0.41 aproximadamente a las dos millas, valor que será tomado como la distancia media de la curva de redondez. Finalmente, al hacer las mismas consideraciones para la esfericidad, el valor medio para guijarros de 16 mm de diámetro, en el tercer experimento, es el único que se calcula, puesto que también sólo éste da valores mayores que aquellos que se podrían explicar como un error de medida. Pero siendo así que la curva es descendente y considerando que el valor final se aproxima a una asíntota, se interpretará como sigue: el valor inicial, menos la semidiferencia entre el primero y el último; el valor medio es $0.70 - (0.70 - 0.49)/2 = 0.59$. Este valor es alcanzado por la curva de esfericidad a una distancia aproximada de 16 millas. Los recíprocos de los valores medios se pueden usar como coeficientes, de la siguiente manera: k_1 se tomará como coeficiente de tamaño, k_2 se interpretará como coeficiente de redondez y k_3 se tomará como coeficiente de cambio de forma.

Con el objeto de relacionar las ratas obtenidas de tamaño, redondez y esfericidad, se expresarán de la siguiente manera, teniendo en cuenta su significado

k_2/k_1 indica qué más rápidamente alcanza la redondez su valor medio, que el tamaño el suyo.

k_3/k_1 expresa el cambio de esfericidad con relación al de tamaño.

k_2/k_3 es el cambio de redondez, teniendo en cuenta el de esfericidad.

En el cuadro 17 se muestran los diferentes valores obtenidos en los distintos experimentos.

En el estudio de los gráficos se puede ver que la reducción de tamaño es una consecuencia directa de la ley de Sternberg, aplicada a un grupo de partículas y no a una sola. SCHOLITSCH mostró que la ley de Sternberg se puede aplicar a partículas individualmente sometidas a la abrasión, pero que cuando se presenta fragmentación, el peso no concuerda con la teoría. Se sabe que hubo fragmentación en la presente serie de experimentos durante parte del primero y segundo, en la parte inicial del tercero, en el que concurrieron todos los tamaños, y al final de la prueba con

los guijarros de 32 mm, y muy especialmente en los de 16 mm de diámetro. Es de suponer que la fragmentación sea la causa por la cual todos los puntos no caigan sobre la línea recta durante las diferentes fases del experimento.

CUADRO 17

VALORES OBTENIDOS EN LAS DIFERENTES SERIES DE EXPERIMENTOS

VALORES	Primer experimento		Segundo experimento		Tercer experimento		
	Diámetro 32 mm	Diámetro 16 mm	Diámetro 32 mm	Diámetro 64 mm	Diámetro 16 mm	Diámetro 32 mm	Diámetro 64 mm
<i>Valores medios:</i>							
Tamaño	34	130	110	46	26	33	63
Redondez	2	2	3	1	1	1	0.5
Esfericidad	—	—	—	—	16	—	—
<i>Recíprocos:</i>							
Tamaño (k_1)	0.029	0.008	0.009	0.022	0.038	0.030	0.016
Redondez (k_2)	0.50	0.50	0.33	1	1	1	0.20
Esfericidad (k_3)	—	—	—	—	0.062	—	—
<i>Relaciones:</i>							
k_2/k_1	17.24	62.50	36.66	45.45	26.31	33.33	12.50
k_3/k_1	—	—	—	—	0.062	—	—
k_2/k_3	—	—	—	—	16.12	—	—

La curva de redondez muestra una separación muy marcada de la recta. Esto se puede atribuir parcialmente a la fragmentación, pero otros factores desconocidos parecen intervenir en los resultados. Sin embargo, la curva de redondez se vuelve una línea recta después de las 4 a 6 millas recorridas, y se debe a que se haya experimentado con guijarros solamente, con guijarros y arena, o con guijarros de diferentes tamaños con arena; dicha diferencia puede ser atribuida a la asociación y a la rata de desgaste.

El hecho de que la redondez siempre aumente, cuando la esfericidad a veces aumenta y otras disminuye, indica claramente que los cambios de redondez son independientes de los cambios en la esfericidad.

El autor desea hacer notar especialmente:

a) *La relación entre el tamaño y la rata de desgaste en el segundo experimento.* Con el objeto de tener un punto de partida, se decidió dar a los tamaños iniciales un valor de 100, y con ese objeto se tomaron algunos coeficientes. El coeficiente que convirtió el valor inicial del tamaño de 16 mm de diámetro igual a 100 fue 16.61; para el tamaño de 32 mm de diámetro se utilizó el coeficiente 2.45, y para el tamaño de 64 mm de diámetro, el coeficiente que hace el valor inicial 100 es 2.43.

El cuadro 18 trae los resultados para el segundo experimento. El valor multiplicado por el coeficiente se ha colocado en un gráfico que se incluye en la figura 19.

Con el objeto de hacer esto más inteligible, se dará la definición de rata de desgaste de la manera siguiente:

La rata de desgaste es el porcentaje de peso perdido por cada milla de recorrido en el experimento.

CUADRO 18

VALORES EXPERIMENTALES Y CALCULADOS DEL TAMAÑO

Segundo experimento

Distancia en millas	VALOR INICIAL			VALOR \times COEFICIENTE		
	16 mm	32 mm	64 mm	16 mm	32 mm	64 mm
0.00	6.02	40.7	411.8	100.00	100.00	100.00
0.17	5.90	40.4	407.4	97.90	98.98	99.00
0.33	5.88	40.3	404.8	97.67	98.73	98.36
0.50	5.87	40.2	401.5	97.50	98.49	97.54
1.00	5.95	39.9	392.6	98.83	97.75	95.40
2.00	5.86	39.4	379.9	97.33	96.53	92.31
3.00	5.78	39.0	369.2	96.00	95.55	89.71
4.00	5.73	39.1	360.8	95.17	95.79	87.67
5.00	5.61	38.5	353.8	93.18	94.32	85.97
7.00	5.57	37.9	339.4	92.52	92.85	82.47
9.00	5.62	37.6	331.6	93.35	92.12	80.58
12.00	5.58	37.4	321.1	92.68	91.63	78.03
16.00	5.52	36.0	306.9	91.69	88.20	74.58
20.00	5.48	35.5	295.6	91.02	86.97	71.83

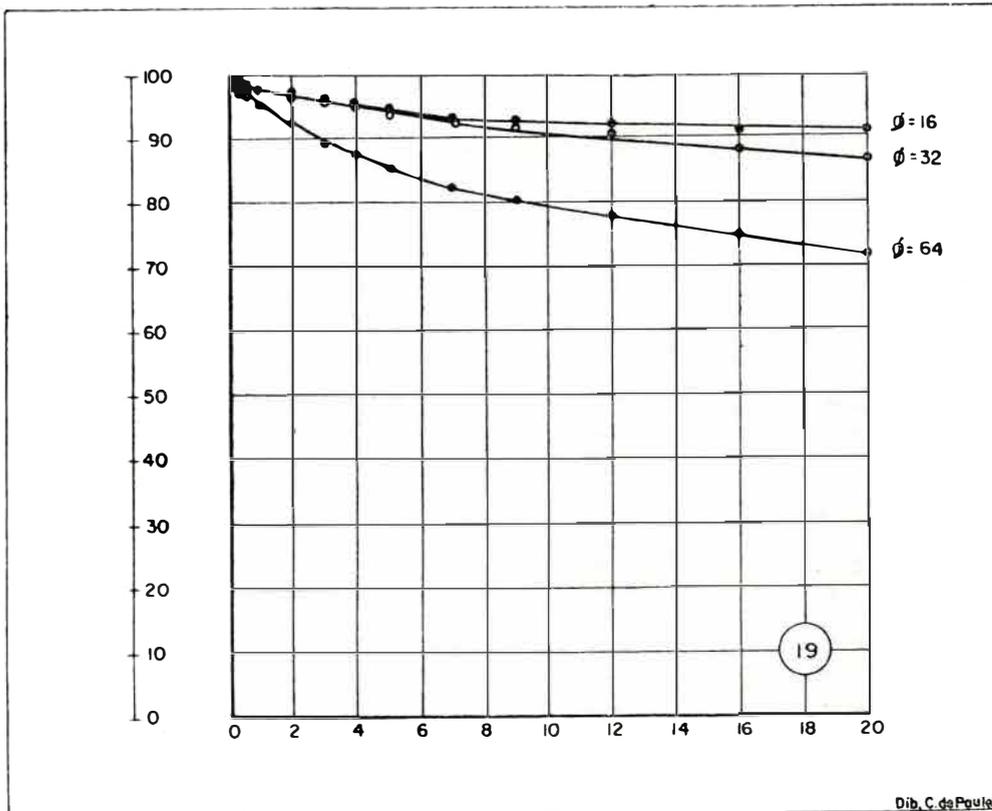


Fig. 19. — Muestra las relaciones entre el tamaño y la rata de desgaste, en el segundo experimento.

Al observar el gráfico anterior, figura 19, se ve que la rata de desgaste para los guijarros de 16 mm es la mínima; para los guijarros de 32 mm es la intermedia, y para los guijarros de 64 mm de diámetro es la máxima.

De donde se puede concluir que la rata de desgaste es proporcional al tamaño; es decir, cuanto más grande el tamaño, mayor será la rata de desgaste, lo que está de acuerdo con la ley de Sternberg.

b) *Relación entre el tamaño y la rata de redondez.* Con el objeto de mostrar la relación entre el tamaño y la rata de redondez, se colocan en un gráfico los datos obtenidos en el segundo experimento, claramente expresado en el cuadro 19. La representación gráfica de estos datos se da en la figura 20.

La figura 20 deja ver que a pesar de que las tres curvas tienen un punto diferente de partida, la rata de redondez para los guijarros de 16 mm de diámetro es la mínima; la de redondez para los guijarros de 64 mm es la máxima, y la de redondez para los guijarros de 32 mm de diámetro está comprendida entre las dos.

Por lo tanto puede concluirse que la rata de redondez es proporcional al tamaño.

c) *Relación entre el tamaño y el cambio de esfericidad.* Con el objeto de hacer más notoria esta relación procederemos como hicimos con la redondez.

Los datos presentados en el cuadro 20 se refieren a esta relación y, posteriormente, se dará la gráfica interpretativa.

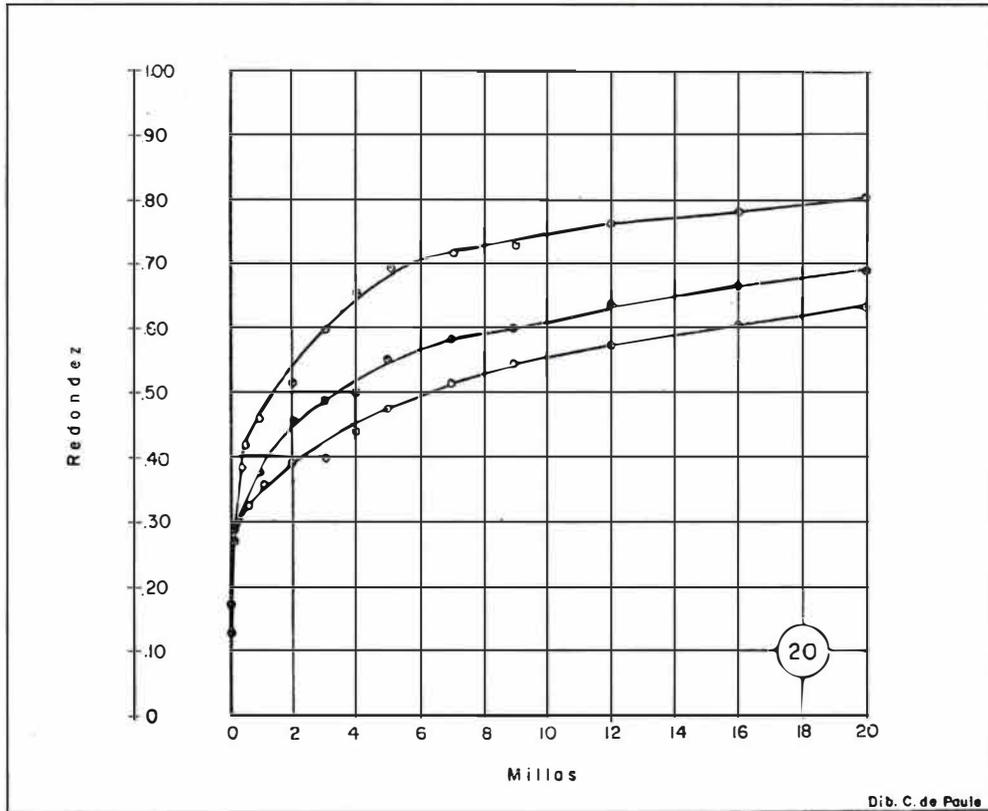
CUADRO 19

VALORES EXPERIMENTALES DE LA REDONDEZ

Segundo experimento

VALORES DE LA REDONDEZ PARA:			
Distancia en millas	16 mm	32 mm	64 mm
0.00	0.17	0.21	0.13
0.17	0.27	0.22	0.24
0.33	0.30	0.27	0.38
0.50	0.32	0.31	0.43
1.00	0.37	0.36	0.46
2.00	0.39	0.46	0.52
3.00	0.40	0.49	0.60
4.00	0.44	0.50	0.66
5.00	0.48	0.56	0.70
7.00	0.52	0.59	0.72
9.00	0.55	0.60	0.73
12.00	0.56	0.64	0.77
16.00	0.55	0.67	0.79
20.00	0.55	0.70	0.81

Como puede verse en la figura 21, las curvas para los diferentes tamaños permanecen paralelas a lo largo de todo el experimento, y difieren solamente en la diferencia inicial que se ha conservado.



Por lo tanto, se puede decir que la relación entre la tasa de tamaño y la tasa de cambio de la esfericidad es una constante.

Ahora, se considera necesario hacer el mismo estudio con el tercer experimento.

CUADRO 20
VALORES EXPERIMENTALES DE LA ESFERICIDAD
Segundo experimento

VALORES DE LA ESFERICIDAD PARA:			
Distancia en millas	16 mm	32 mm	64 mm
0.00	0.69	0.75	0.79
0.17	0.70	0.76	0.79
0.33	0.71	0.77	0.79
0.50	0.71	0.76	0.78
1.00	0.69	0.75	0.81
2.00	0.69	0.75	0.80
3.00	0.69	0.75	0.79
4.00	0.68	0.76	0.79
5.00	0.70	0.75	0.78
7.00	0.69	0.75	0.77
9.00	0.69	0.75	0.77
12.00	0.69	0.75	0.76
16.00	0.68	0.74	0.76
20.00	0.68	0.73	0.76

a) *Relación entre el tamaño y la rata de desgaste.* Así como para el segundo experimento, y con el mismo propósito, se escogieron los siguientes coeficientes: 18.18 para 16 mm, 2.45 para 32 mm y 0.254 para 64 mm de diámetro. Estos son los coeficientes de proporcionalidad que llenan estos requisitos. El cuadro 21 trae estos resultados.

La figura 22 representa gráficamente los resultados de los valores obtenidos multiplicados por sus coeficientes.

Como puede verse en la figura 22, la rata de desgaste es mayor para los guijarros de 16 mm de diámetro; menor para los guijarros de 64 mm, y de valor intermedio para los guijarros de 32 mm de diámetro.

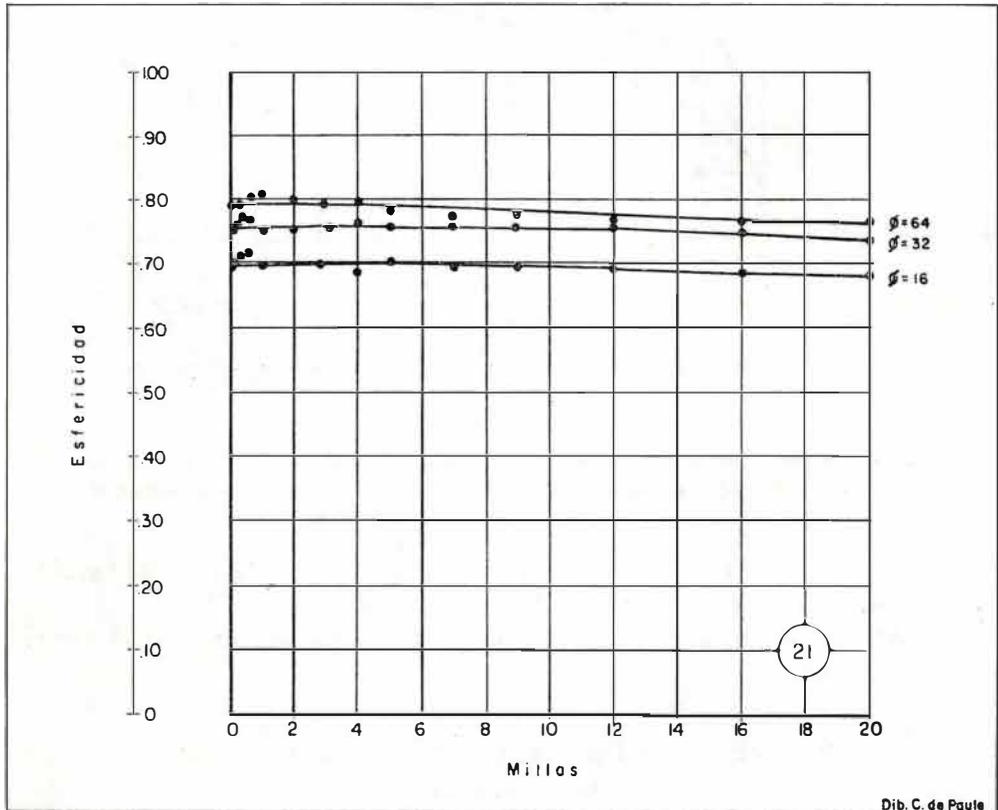


Fig. 21. — Muestra la relación entre el tamaño y la rata de cambio de la esfericidad en el segundo experimento.

CUADRO 21

VALORES CALCULADOS Y EXPERIMENTALES DEL TAMAÑO

Tercer experimento

Distancia en millas	VALOR INICIAL			VALOR \times COEFICIENTE		
	16 mm	32 mm	64 mm	16 mm	32 mm	64 mm
0.00	5.5	40.8	385.8	100.00	100.00	100.00
0.17	5.3	40.5	382.7	96.35	99.22	99.12
0.33	5.2	40.3	381.2	94.54	98.73	98.73
0.50	5.2	40.1	380.3	94.54	98.24	98.50
1.00	5.2	39.9	378.0	94.54	97.75	97.90
2.00	5.1	39.4	375.2	92.72	96.54	97.18
3.00	5.0	38.8	371.9	90.90	95.06	96.32
4.00	4.9	37.9	369.3	89.08	92.85	95.65
5.00	4.7	37.3	366.8	85.45	91.38	95.00
7.00	4.5	36.3	360.9	81.81	88.93	93.47
9.00	4.3	35.2	355.6	78.17	86.24	92.10
12.00	3.9	33.9	347.6	70.90	83.05	90.03
16.00	3.4	32.2	339.1	61.81	78.89	87.83
20.00	3.2	29.3	326.9	58.18	71.78	84.67

Estos valores se muestran gráficamente en la figura 22.

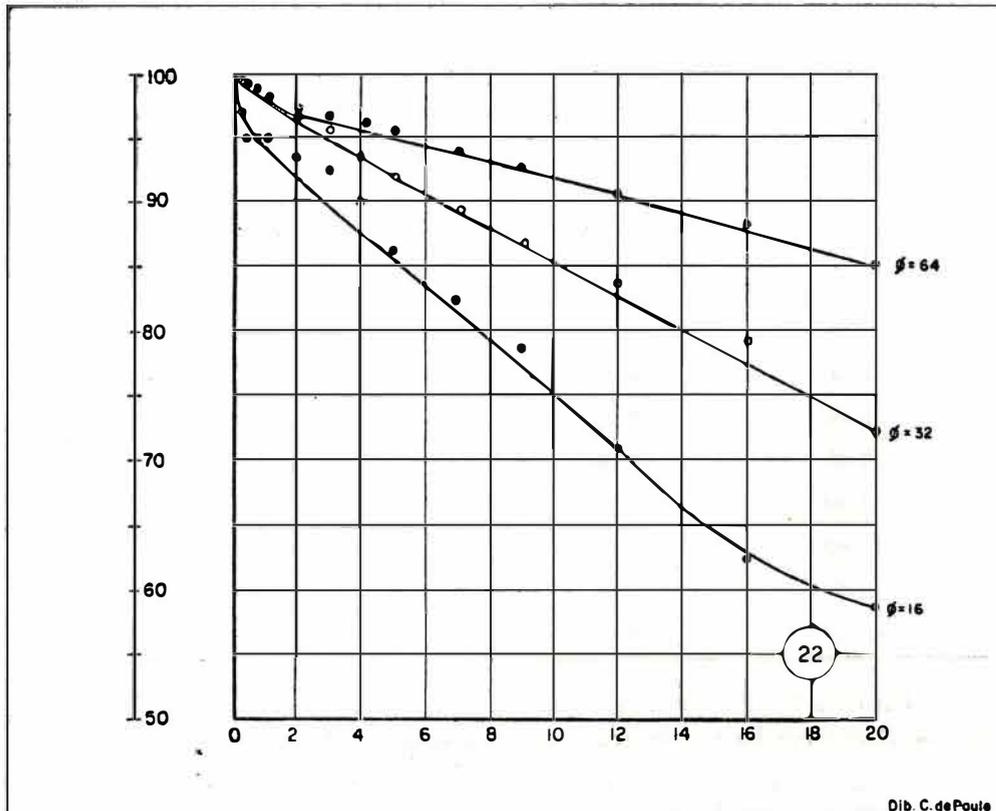


Fig. 22. — Relación entre el tamaño y la tasa de desgaste en el tercer experimento.

Se debe hacer notar que en este experimento la fragmentación fue muy notoria, especialmente en los guijarros de 16 mm de diámetro y que algunos de ellos tuvieron que ser retirados por esta causa. Al tener en cuenta que los resultados de este experimento fueron a la inversa de los obtenidos al someter los guijarros del mismo diámetro solos, parece lógico adscribir este efecto a la fragmentación y no al desgaste.

b) *Relación entre el tamaño y la rata de redondez.* Se seguira el mismo método empleado que en el caso anterior. Los datos se dan en el cuadro 22, y se representan gráficamente en la figura 23.

La figura 23 muestra una rata máxima de redondez para guijarros de 16 mm y una mínima para los de 64 mm de diámetro. La curva correspondiente a los guijarros de 32 mm se confunde casi por entero con la curva que corresponde a los de 16 mm de diámetro. Pero, en general, no pueden apreciarse diferencias de consideración entre tales curvas.

CUADRO 22

VALORES EXPERIMENTALES DE LA REDONDEZ — TERCER EXPERIMENTO

VALORES DE LA REDONDEZ PARA:			
Distancia en millas	16 mm	32 mm	64 mm
0.00	0.15	0.18	0.15
0.17	0.30	0.29	0.30
0.33	0.33	0.33	0.36
0.50	0.40	0.41	0.40
1.00	0.47	0.46	0.44
2.00	0.50	0.50	0.50
3.00	0.53	0.55	0.53
4.00	0.55	0.59	0.56
5.00	0.57	0.59	0.58
7.00	0.60	0.59	0.58
9.00	0.61	0.60	0.59
12.00	0.63	0.63	0.60
16.00	0.64	0.64	0.61
20.00	0.67	0.67	0.62

En relación con la rata de desgaste, este efecto anormal de la redondez se puede atribuir a la acción de la fragmentación.

c) *Relación entre el tamaño y la rata de cambio de esfericidad.* Como para el segundo experimento, este aparte se estudiará con los datos recogidos en el trabajo de laboratorio. Ellos se dan en el cuadro 23, y sus valores se representan gráficamente en el diagrama de la figura 24.

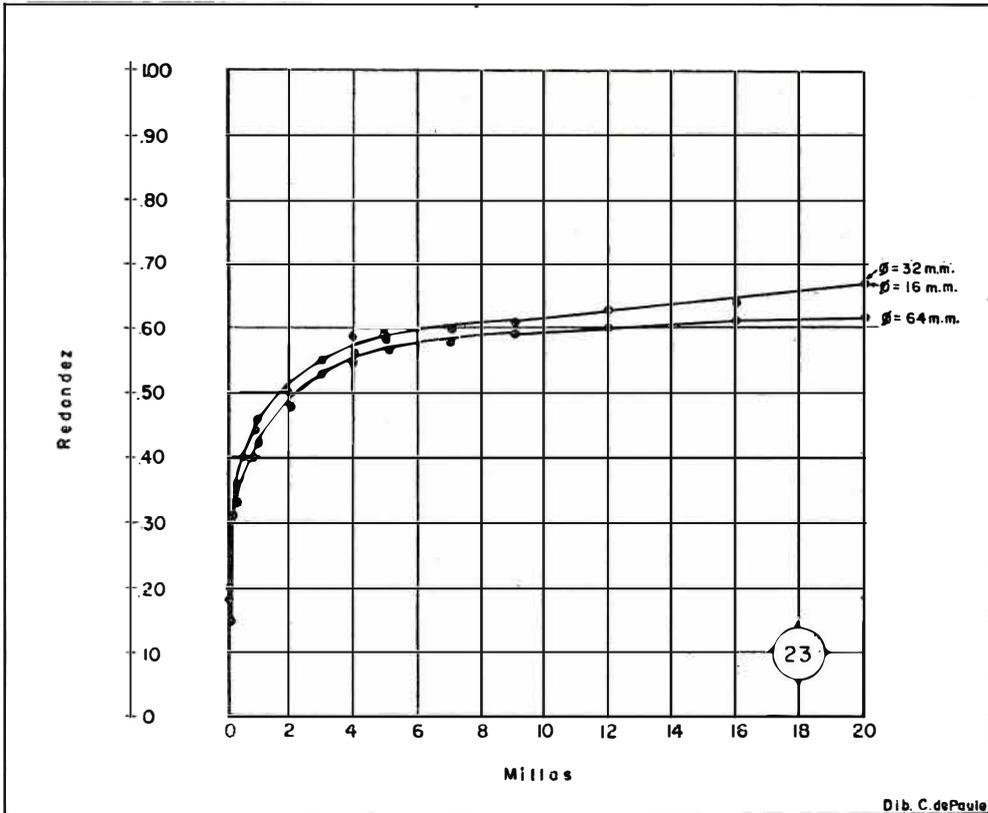


Fig. 23. — Relación entre el tamaño y la rata de redondez en el tercer experimento.

CUADRO 23

VALORES EXPERIMENTALES DE LA ESFERICIDAD

Tercer experimento

VALORES DE LA ESFERICIDAD PARA:			
Distancia en millas	16 mm	32 mm	64 mm
0.00	0.69	0.73	0.76
0.17	0.69	0.72	0.77
0.33	0.68	0.72	0.76
0.50	0.68	0.73	0.76
1.00	0.67	0.73	0.76
2.00	0.66	0.71	0.76
3.00	0.66	0.71	0.76
4.00	0.65	0.72	0.75
5.00	0.65	0.71	0.75
7.00	0.64	0.71	0.75
9.00	0.62	0.70	0.75
12.00	0.61	0.69	0.76
16.00	0.59	0.69	0.73
20.00	0.48	0.68	0.74

Observando la figura 24, se puede ver que las curvas para guijarros de 64 mm y 32 mm de diámetro son casi paralelas. Sin embargo, la curva de 16 mm de diámetro es irregular y aunque al comienzo se la puede considerar como paralela, al final hay una gran discrepancia. Se debe anotar que la fragmentación, para guijarros de 16 mm de diámetro, fue mayor en la última parte del experimento, y sin duda esta ruptura es consecuencia de debilidades desarrolladas por la acción del desgaste y el impacto; pero en general ella da una idea de que es la misma para cualquier tamaño.

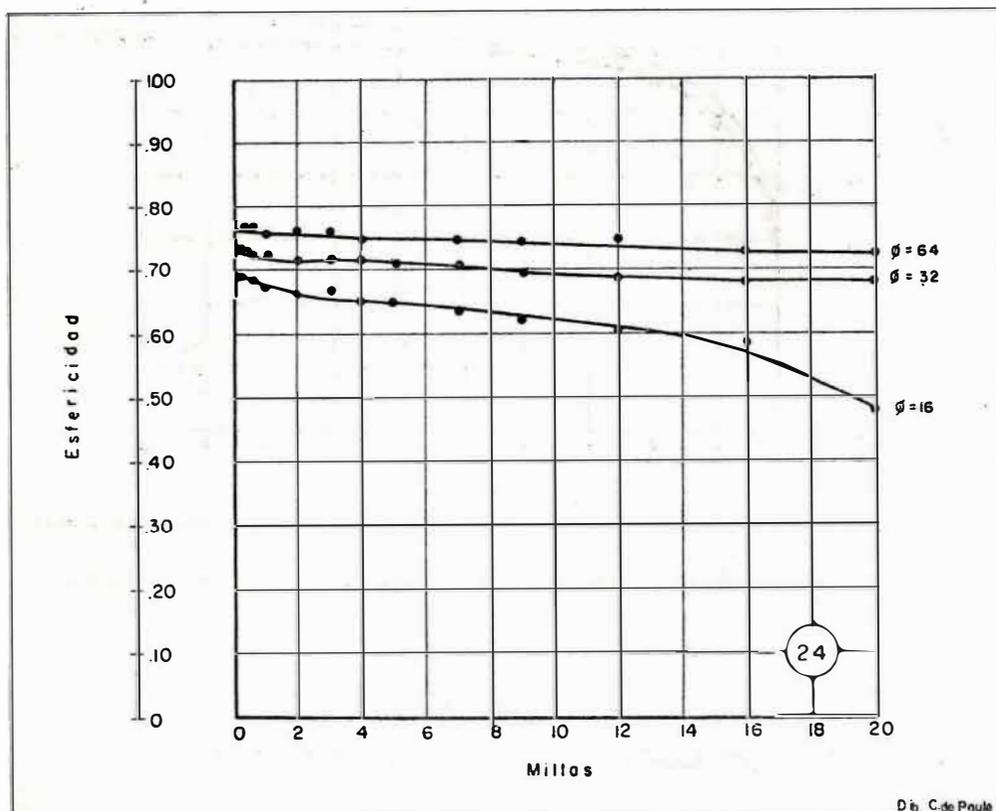


Fig. 24. — Relación entre el tamaño y la tasa de esfericidad en el tercer experimento.

RESUMEN

1. Relación entre el tamaño y la tasa de desgaste:

- a) En el segundo experimento, la tasa de desgaste es proporcional al tamaño; cuanto más grande sea el tamaño, mayor será la tasa de desgaste.
- b) En el tercer experimento, la tasa de desgaste es inversamente proporcional al tamaño, pero este resultado no se considera como resultado del desgaste sino de la fragmentación.

Conclusiones: La rata de desgaste es directamente proporcional al tamaño.

2. Relación entre el tamaño y la rata de redondez:

- a) En el segundo experimento, la rata de redondez es proporcional al tamaño.
- b) En el tercer experimento, la rata de redondez es inversamente proporcional al tamaño, pero esto se atribuye a la acción de la fragmentación.

Conclusiones: La rata de redondez es proporcional al tamaño, cuando es efecto solamente de la abrasión.

3. Relación entre el tamaño y la rata de cambio de esfericidad:

- a) En el segundo experimento, la relación entre el tamaño y el cambio de esfericidad es una constante; en otras palabras, es la misma para cualquier tamaño dentro de los límites de esta prueba.
- b) En el tercer experimento puede decirse, no con tanta precisión como en el segundo, que la relación entre el tamaño y el cambio de esfericidad es la misma para cualquier diámetro, excepto para el de 16 mm, que puede considerarse como efecto de la fragmentación.

Conclusiones: La relación entre el tamaño y el cambio de esfericidad es la misma para todos los casos; es decir, es una constante, excepto para los guijarros de 16 mm de diámetro que puede atribuirse al efecto de la fragmentación.

DISCUSION E INTERPRETACION DE DATOS

Esta parte está dedicada al estudio comparativo de trabajos de laboratorio y de campo con los experimentos, que son materia de este trabajo. Se dividirá en dos partes, como sigue:

A. Relaciones tamaño-redondez en depósitos naturales.

B. Relaciones tamaño-esfericidad en el campo y trabajos de laboratorio.

A. *Relaciones tamaño-redondez en depósitos naturales.*

F. J. PETTIJOHN y A. C. LUNDAHL¹² hicieron un estudio de las arenas de la playa de Lake Erie y observaron:

1. Hay una relación muy clara entre tamaño y redondez. Los mayores tamaños están mejor redondeados que los pequeños.

2. También encontraron que los diferentes tamaños muestran una definida disminución en la redondez promedia a medida que aumenta la

distancia de transporte. Una disminución de 8% en 7 millas puede ser observada, como un promedio para todas las clases de arena.

En el experimento del autor se encontraron los siguientes hechos:

a) En el segundo experimento las partículas más grandes están mejor redondeadas que las pequeñas. En el gráfico de la figura 25 A, en que se toman los valores (tamaño y redondez) al final de las 20 millas de experimentación, sobresale este hecho.

b) En el tercer experimento las partículas más grandes no fueron ni más ni menos redondeadas que las más pequeñas. Esto se puede observar en la figura 25 B, preparada de la misma manera que la figura 25 A, basada en el cuadro 22.

Como se había dicho anteriormente, el resultado de este experimento fue atribuido a la acción de la fragmentación y no a la de abrasión. Por lo tanto, es posible suponer que la sola abrasión diera una relación semejante a la encontrada en el segundo experimento.

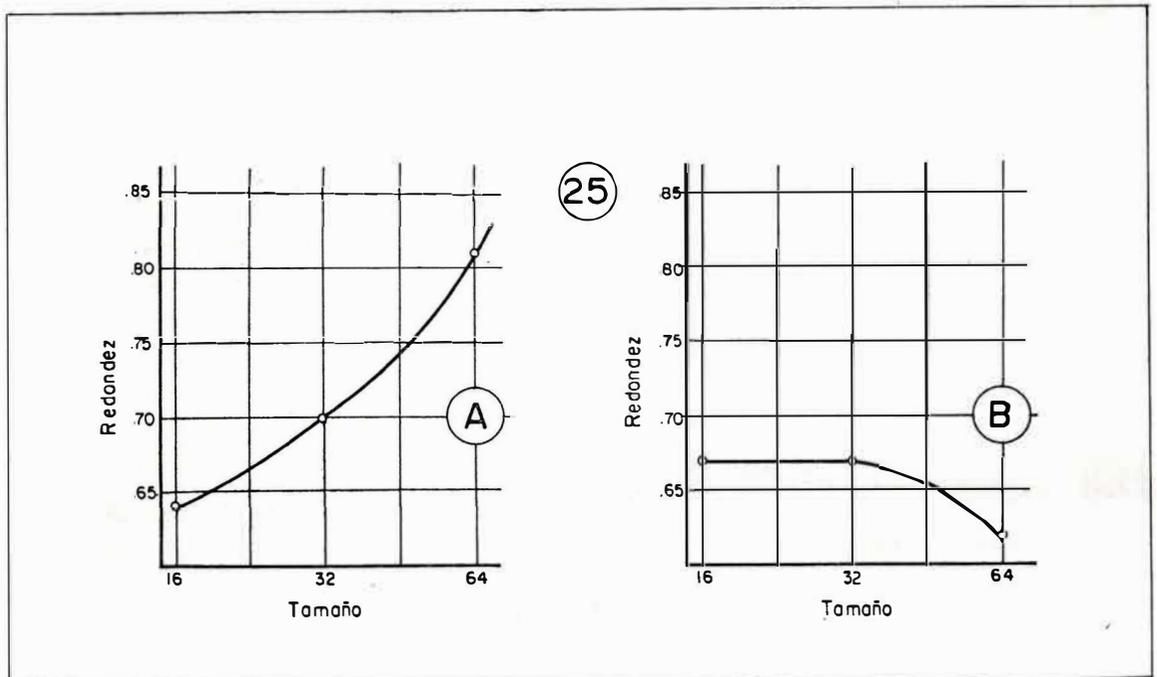


Fig. 25. — Relación tamaño-redondez después de 20 millas de recorrido en un barril giratorio. A. Relación en el segundo experimento. B. Relación en el tercer experimento.

Siendo esto así, es lógico concluir que la abrasión produce una mejor redondez en las partículas de mayor tamaño que en las de menor.

Esto está de acuerdo con las conclusiones de PETTIJOHN y LUNDAHL, y también con los datos suministrados por RUSSELL y TAYLOR¹³, en su estudio sobre Mississippi River Sands.

B. *Relación tamaño-esfericidad en el campo y trabajos de laboratorio.*

a) Trabajo de laboratorio.

GEORGE A. THIEL ¹⁴, al investigar la resistencia a la abrasión de los granos minerales del tamaño de la arena, encontró los resultados que presenta el cuadro 24, midiendo diferentes granos y tamaños.

La relación entre esfericidad y distancia puede apreciarse representando gráficamente los datos respectivos sobre coordenadas.

El gráfico de la figura 26 muestra, además de la interpretación entre esfericidad y distancia, la relación entre tamaño y esfericidad. Puede verse que para las partículas más grandes de cuarzo y apatita la rata de

CUADRO 24

RELACION DEL TAMAÑO CON LA RATA DE ESFERICIDAD
EN EL EXPERIMENTO DE THIEL *

Material	Diámetro en mm	Recién partido	Grado de esfericidad, período de abrasión		
			40 días	60 días	100 días
Hornblenda	2-1	.65	.69	.72	.78
Hornblenda	1-1/2	.63	.67	.69	.76
Apatita	2-1	.74	.85	.87	.91
Apatita	1-1/2	.74	.81	.83	.87
Apatita	1/2-1/4	.76	.80	.80	.81
Cuarzo	2-1	.72	.73	.75	.79
Cuarzo	1-1/2	.70	.70	.71	.71

* Parte de un cuadro completo.

cambio de esfericidad es mayor que para las pequeñas, puesto que si se supusiera que este cambio fuera igual para todos los tamaños, las curvas debían superponerse cuando el valor inicial de la esfericidad fuese igual, o debieran ser paralelas cuando este valor fuese diferente. El cuarzo, y aún mejor, la apatita, muestran que la rata de cambio de la esfericidad es más grande para los tamaños mayores.

En el experimento del autor las variaciones encontradas fueron muy pequeñas y por ello de difícil apreciación, a excepción de las de 16 mm de diámetro del tercer experimento, y en éste la dirección fue opuesta a la que encontraron KRUMBEIN y THIEL.

RESUMEN DE LA SEGUNDA PARTE

a) La abrasión produce mejor redondez en las partículas de mayor tamaño.

b) La abrasión produce una mayor rata de cambio del tamaño-esfericidad en las partículas grandes que en las pequeñas, cuando ella se debe a la abrasión solamente.

c) La esfericidad aumenta en el primer experimento así como en los de KRUMBEIN y THIEL, pero no en el segundo ni en el tercero de los efectuados por el autor, en donde la esfericidad decrece. Esto parece de-

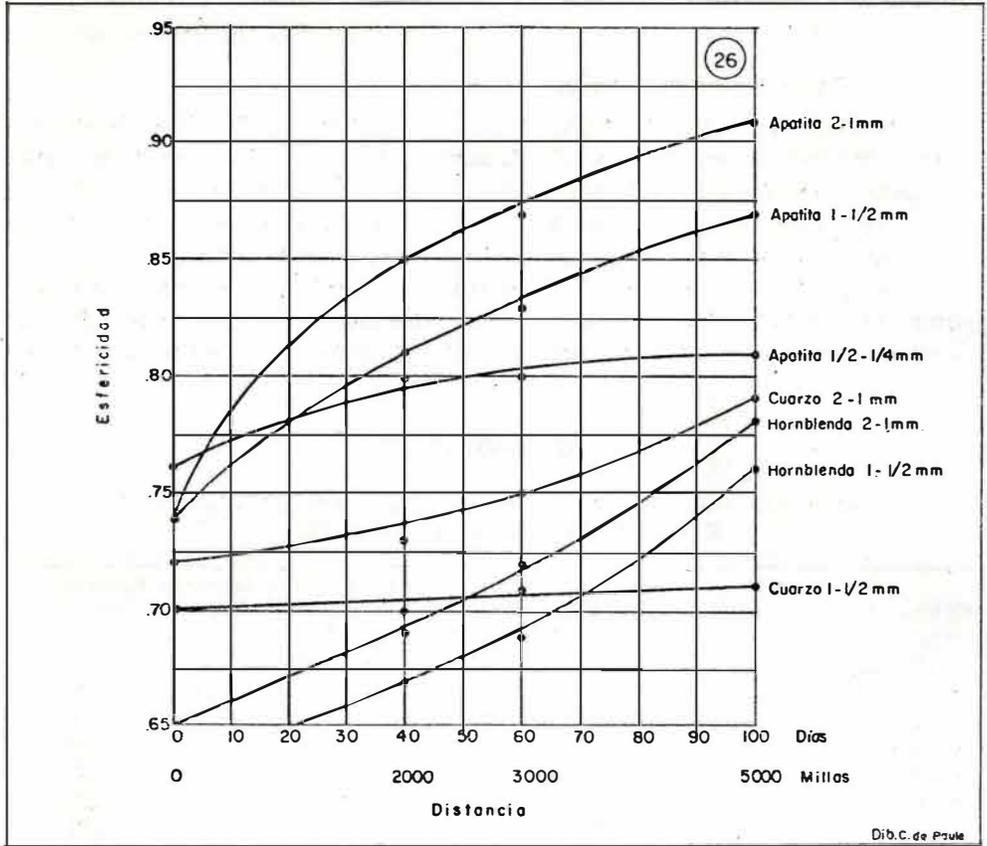


Fig. 26. — Relación entre la distancia y esfericidad en el experimento de Thiel.

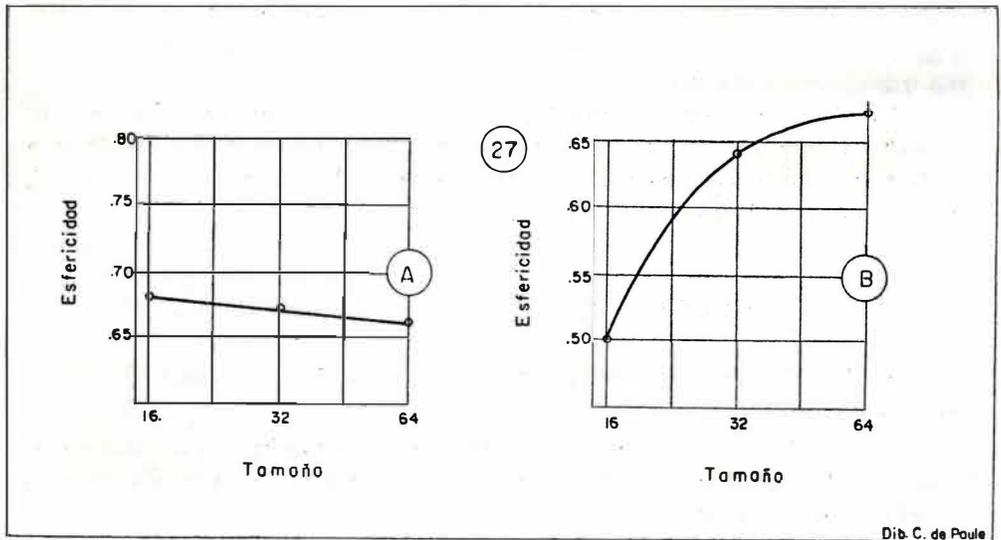


Fig. 27. — Ilustra la relación entre tamaño y esfericidad.
A. Segundo experimento; B. Tercer experimento.

mostrar que cuando el experimento se efectúa con guijarros del mismo tamaño, la esfericidad aumenta; pero cuando se lleva a cabo con guijarros de diámetros diferentes mezclados, tiende a decrecer como un resultado de la fragmentación producida por el impacto y al número de partículas asociadas, especialmente en los tamaños pequeños.

d) La fragmentación aumenta la rata de cambio de esfericidad, y poco la de redondez.

e) La rata de desgaste es proporcional al número y al tamaño de las partículas asociadas.

LA TEORIA ANALITICA DE LA ABRASION APLICADA AL PRESENTE EXPERIMENTO

KRUMBEIN¹⁰, al prestar atención especialmente a la abrasión tuvo la oportunidad de desarrollar una teoría analítica, y dar expresiones matemáticas para las relaciones tamaño-distancia, redondez-distancia y esfericidad-distancia. El autor quiere hacer notar la aplicabilidad de esta teoría a su experimento.

Curvas de tamaño. Las siete curvas de tamaño en nuestros tres experimentos presentan un decrecimiento de sus valores iniciales, el cual se hace menos fuerte a medida que la distancia aumenta. Este hecho, ciertamente concuerda con la teoría, y según estas bases o principios, sugiere una relación geométrica.

Todas las curvas de tamaño fueron dibujadas en papel semilogarítmico, y dieron líneas rectas. Por lo tanto, se puede generalizar y decir que su relación es exponencial.

Esto indica que la relación del tamaño esencialmente se aproxima a la ley de Sternberg, y que es posible expresar esta propiedad, como lo hizo KRUMBEIN, por medio de la siguiente ecuación:

$$r = r_0 e^{-a_1 s}$$

Donde:

r = cambio del tamaño con respecto a la distancia

r_0 = tamaño inicial

e = base de los logaritmos naturales, igual a 2.7182

a_1 = coeficiente de reducción de tamaño

s = distancia

El signo (—) indica que el tamaño decrece.

Curvas de redondez. Todas las siete curvas muestran un aumento rápido al comienzo del experimento, y luego la rata de aumento disminuye. Esto en realidad sugiere una relación geométrica, pero las pruebas gráficas llevadas a cabo hacen ver que hay una desviación muy marcada en todas ellas, de una línea recta, lo que hace concebir la idea de que por lo menos dos funciones exponenciales intervienen en el desarrollo para producir el resultado observado.

KRUMBEIN formuló una ecuación diferencial que llena los requisitos con respecto a estas curvas. Esta ecuación es la siguiente:

$$P = P_0 (1 - e^{-a_2 s}) + P_1 e^{-a_2 s}$$

Esta ecuación es el caso general, en donde:

P = redondez

P₀ = redondez límite

P₁ = redondez inicial

e = base de los logaritmos naturales, 2.7182

a₂ = coeficiente de redondez (una constante de proporcionalidad)

s = distancia.

Curvas de esfericidad. Debido al cambio pequeño y dudoso de la esfericidad, en los experimentos del autor, él no obtiene conclusiones relativas a ella.

BIBLIOGRAFIA

- ¹ A. DAUBREE.—*Études Synthétiques de Géologie Expérimentale*, Vol. I (París: Dunod, 1879).
- ² C. K. WENTWORTH.—“A Laboratory and Field Study of Cobble Abrasion”. *Jour. Geol.*, Vol. XXVII (1919), pp. 507-22; “The Shape of Pebbles”, *U. S. Geol. Surv. Bull.* 730 (1922), pp. 103-14; “Pebble Wear on the Jarvis Island Beach”, *Washington University Studies Sci. and Tech.* N° 5 (1931), pp. 11-37.
- ³ G. E. ANDERSON.—“Experiments on the Rate of Wear of Sand Grains”, *Jour. Geol.*, Vol. XXXIV (1926), pp. 144-58.
- ⁴ P. MARSHALL.—“The Wearing of Beach Gravels”, *Trans. New Zealand Inst.*, Vol. LVIII (1927), pp. 507-32; “Colloids Substances Formed by Abrasion”, *ibid.*, Vol. LX (1929), pp. 324-65.
- ⁵ ARTHUR B. COZZENS.—“Rate of Wear of Common Mineral”. *Washington University Studies Sci. and Tech.* N° 5 (1931) 71-80.
- ⁶ A. SCHOLITSCH.—“Über die Verkleinerung der Geschiebe in Flussläufen”, *Sitzungsber d. Akad. d. Wissensch. in Wien*, Vol. CXLII, Part. II (1933), pp. 343-66. *Über Schlepplkarft und Geschiebebewegung* (Leipzig, 1914), p. 12.
- ⁷ GEORGE A. THIEL.—“The Relative Resistance of Abrasion of Mineral Grains of Sand Size”, *Jour. Sed.* Vol. X (1940), N° 3, 103-23.
- ⁸ W. C. KRUMBEIN.—“The Effects of Abrasion on the Size, Shape and Roundness of Rock Fragments”, *Jour. Geol.*, Vol. XLIX (1941), 482-520.
- ⁹ KRUMBEIN.—“Measurement and Geological Significance of Shape and Roundness of Sedimentary Particles”, *Jour. Sed. Petr.*, Vol. II, N° 2 (1941), pp. 64-72.
- ¹⁰ KRUMBEIN.—“Sediments and Exponential Curves”, *Jour. Geol.*, Vol. XLV (1937), pp. 577-601.
- ¹¹ KRUMBEIN, “The Effects of Abrasion on the Size, Shape and Roundness of Rock Fragments”, *op. cit.*, pp. 482-520.
- ¹² F. J. PETTIJOHN AND A. C. LUNDAHL.—“Shape and Roundness of Lake Erie Beach Sands”, *Jour. Sed. Petr.* Vol. 13, N° 2, pp. 67-78.
- ¹³ R. DANA RUSSELL AND R. E. TAYLOR.—“Roundness and Shape of Mississippi River Sands”, *Jour. Geol.*, Vol. XLV (1937), pp. 225-67.
- ¹⁴ GEORGE A. THIEL.—“The Relative Resistance to Abrasion of Mineral Crains of Sand Size”, *op. cit.*